

Ján Bujňák - Monika Šimalová \*

## TEORETICKÝ A EXPERIMENTÁLNY VÝSKUM SPRIAHNUTÝCH TRÁMOV

### THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF COMPOSITE BEAMS

*Príspevok popisuje doterajší spôsob návrhu spriahnutých trávov v konfrontácii s novým postupom podľa metodiky medzných stavov ako aj efektívnu pružno-plastickú metódu. Výsledky vyvinutej pružno-plastickej analýzy sú porovnané s nameranými hodnotami statických veličín na modeloch spriahnutých trávov.*

*The paper discusses the traditional structural analysis of composite structures and actual limit-state design as well as the efficient elasto-plastic computer model. The results of the alternative analytical study are compared with test results on the composite beam specimens.*

#### 1. Obvyklý pružnostný návrh spriahnutých trávov

Tento výpočtový postup transformuje nehomogénny ocelobetónový prierez na ideálny ocelový priečny rez pomocou pomeru modulov ocele a betónu. Napätia vyvolané priečnym zaťažením sa stanovujú podľa zásad klasickej teórie ohýbaného nosníka [1].

Pružná ohybová únosnosť pri tomto postupe závisí od spôsobu výstavby. Pri bežnej montáži mosta bez podopretia trávu sa dostatočne výstižne predpokladá, že čerstvý betón je naraz nanosený na ocelový prierez. Tiaž debnenia podobne prenáša iba ocelová konštrukcia ale odľahčený je nakoniec spriahnutý trám. Výsledné napätia a pretvorenia v spriahnutom trávme sú súčtom napätí z jednotlivých etáp výpočtu.

Účinky dotvarovania vyvolávajú zmeny napätí v spriahnutom trávme, ktoré sa najčastejšie vystihujú efektívnymi modulmi betónu. Napätia od zmrašťovania sú dané súčtom napätí, ktoré vzniknú v betónovej doske pri jej fiktívnom votknutí a prírastkov napätí po uvoľnení podopretia dosky. Pozdĺžne napätia od náhle zmeny teploty sa vyčísľujú obdobným postupom ako pri zmrašťovaní.

#### 2. Návrh spriahnutých trávov podľa medzných stavov

Koncepcia návrhu podľa medzných stavov vychádzajúca z európskej normy EC4 [2] vyžaduje overiť dve skupiny kritérií medzných stavov. Kritériá medzného stavu únosnosti predpisujú nutnosť overiť možnosť porušenia trávov vyčerpaním pevnosti materiálov alebo stratou stability stien, klopením, resp. preklopením trávu. Medzná únosnosť spriahnutého ocelobetónového trávu sa zisťuje tuho-plastickým výpočtom, pri ktorom sú obidva materiály úplne splastizované a predpokladá sa u nich neobmedzená deformačná schopnosť. Medzné zaťaženie, ktoré vyvodí tento medzný stav únosnosti, má návrhovú veľkosť. Pri výpočte

#### 1. Traditional elastic design

In elastic analysis, composite sections are transformed by modular ratio into equivalent steel sections. Stresses due to a bending moment are then given by the elementary theory of beam bending [1].

The elastic resistance to bending depends on the method of construction. It is usually sufficiently accurate to assume that the whole of the wet concrete is placed simultaneously on the bare steelworks. The weight of the formwork is also applied to the steel structure and removed from the composite bridge. The total stresses and strains in the fibres of a composite beam are determined as the summations of stress distributions for each stage.

Creep of concrete causing stress changes in composite beams are considered by the effective modulus. Shrinkage stresses can be calculated as the sum of the fibre stresses resulting from restraint of shrinkage and the stress resulting from the release of this restraint on the composite section. Longitudinal stresses induced in composite section due to thermal gradients can be determined in the same way.

#### 2. Limit-state design

Limit-state design philosophy, incorporated in EC4 [2], [3] needs the check of two limit states. Ultimate limit states including collapse, failure, overturning, buckling or rupture must be verified by ultimate-strength. The maximum possible strength of composite steel and concrete beams can be determined using a rigid-plastic analysis, which assumes that the materials are fully yielded with an infinite deformation capacity. The ultimate load effects are expressed by design values. They can be deduced from common working loads after multiplication by partial safety factors.

\* Prof. Ing. Ján Bujňák, PhD. - Ing. Monika Šimalová,  
Department of Structures and Bridges, Faculty of Civil Engineering, University of Žilina, Komenského 52, 010 26 Žilina, Slovakia  
Phone +421-89-41868, Fax +421-89-41868, e-mail bujnak@fstav.uz.sk

konštrukcií sa získava z návrhových hodnôt jednotlivých zložiek zaťaženia konštrukcie, vynásobených parciálnymi súčiniteľmi spoľahlivosti.

Nadmerné priehyby alebo vibrácie alternatívne môžu limitovať spoľahlivosť mostov v prevádzke. Kritériá skupiny medzných stavov použiteľnosti vylučujú tieto imperfekcie. Bežne vznikajú na konštrukciách ešte v oblasti pružného pôsobenia, preto sa overujú pružnostným výpočtom. Medzná únosnosť plynie z charakteristického zaťaženia, ktoré má jednotkové parciálne súčinitele spoľahlivosti.

Použitá metóda výpočtu na zistenie ohybovej únosnosti závisí od klasifikácie uvažovaného prierezu. Podľa limitných pomerov šírky k hrúbke jednotlivých stien oceľového prierezu, ktorých veľkosť predpisuje EC4 [2] sa rozlišujú štyri triedy priečných prierezov, označovaných ako plastické, kompaktné, polo-kompaktné a štíhle. Tuho-plastický výpočet sa používa iba pre plastické a kompaktné prierezy. Práve pri týchto prierezoch sa tuho-plastickým výpočtom môže získať väčšia medzná únosnosť než pri obvyklom pružnom výpočte spriahnutých prierezov.

### 3. Porovnanie popísaných postupov

Na porovnanie charakterizovaných návrhových postupov sme urobili numerickú štúdiu série železničných mostov rozpätí od 15 m do 60 m. Náročný pružnostný výpočet uľahčil nami zostavený výpočtový program.

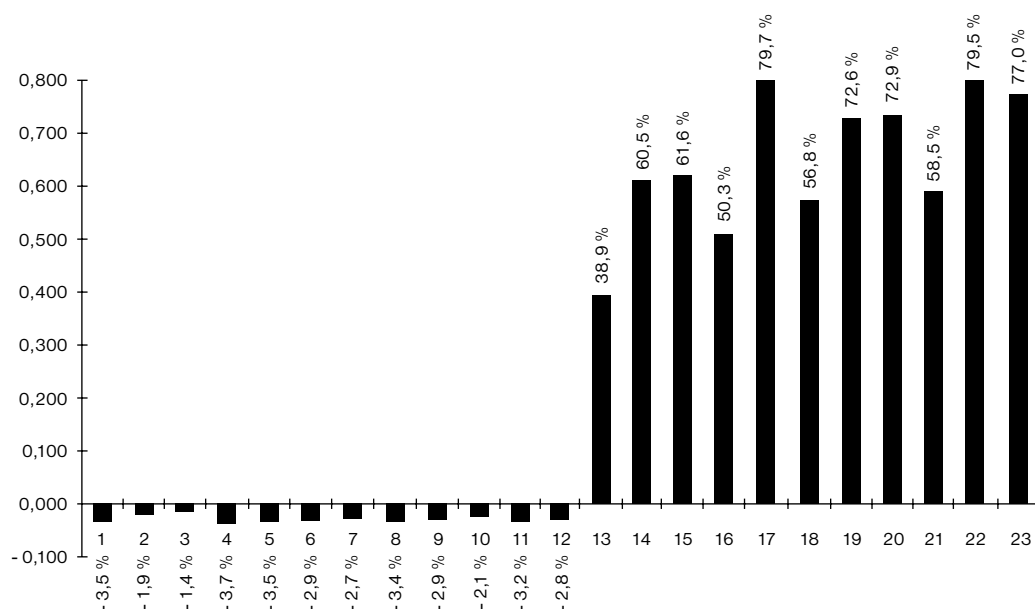
Excessive deflection or vibration may limit the usefulness of the bridge structure. These are serviceability limit states. They normally occur while the structure is still elastic, so elastic analysis is appropriate. They must be avoided at nominal working load with unitary partial safety factors.

The classification of cross-section of beams determines the appropriate methods of the beam bending resistance analysis. The definition of the four classes correspond respectively to the terms plastic, compact, semi-compact and slender according to the slenderness that defines class boundaries. The limits for breadth / thickness ratio of sections are given in the EC 4 [2]. The rigid plastic global analysis of beam bending resistance is available only for plastic or compact sections. In this case of structures, a greater plastic resistance can be achieved than the elastic one for composite sections.

### 3. Comparison of the procedures

To compare the above design procedure, a numerical study was executed on the set of railway bridge superstructures for the spans from 15 m to 60 m. Detailed calculation by the traditional elastic analysis was facilitated by the computer programme.

Alternatively, the same set of 23 composite bridge superstructures were assessed by limit-state procedure. For sections which were compact, an ideal plastic modulus had to be derived using a transformed slab area and taking an effective



Obr. č. 1. Pomer ohybových únosností prierezov pre pohyblivé zaťaženie

Fig. 1 Ratio of live load cross-sections carrying capacity

Tie isté mostné konštrukcie sme alternatívne prepočítali metodikou medzných stavov. Pre prierezy klasifikované ako plastické a kompaktné sa ideálny plastický prierezový modul stanovil pre spolupôsobiaci prierez betónovej dosky. Plastická medzná

section. The plastic bending resistance at the ultimate limit state was adequate for the total applied moment. For sections which were classified as non-compact the bending resistance was given in terms of limiting elastic stresses at extreme fibres. Compact

ohybová únosnosť sa položila rovná návrhovému vonkajšiemu ohybovému momentu. V prípade nekompaktných priereзов, ohybová únosnosť limitovalo maximálne normálové napätie v niektorom z krajných vlákien prierezu. Kompaktné prierezy, o ktorých únosnosti rozhodoval medzný stav použiteľnosti sa počítali pružnostným postupom, podobne ako nekompaktné, avšak s tým rozdielom, že napätia od zmrašťovania a teplotného gradientu sa neuvažovali. Naznačený algoritmus bol podkladom ďalšieho zostaveného výpočtového programu pre potreby tejto štúdie, ale aj využítie v praxi.

Pomer ohybových únosností pre pohyblivé zaťaženie, určených podľa medzných stavov ku klasickým pružnostným ohybovým únosnostiam ilustruje obr. 1. Pre kompaktné prierezy je tento pomer v rozmedzí od 1,389 do 1,797. Ohybová únosnosť pre kompaktné prierezy deklarovaná metódou medzných stavov predstavuje významný prírastok únosnosti v porovnaní s nekompaktnými trámami. Avšak náhle skoky v ohybových únosnostiach zvlášť pri hranici medzi pružným a plastickým výpočtom sa zdajú byť nereálne. Táto skutočnosť nás inšpirovala k aplikácii pružno-plastického postupu.

#### 4. Pružno-plastický teoretický výpočet

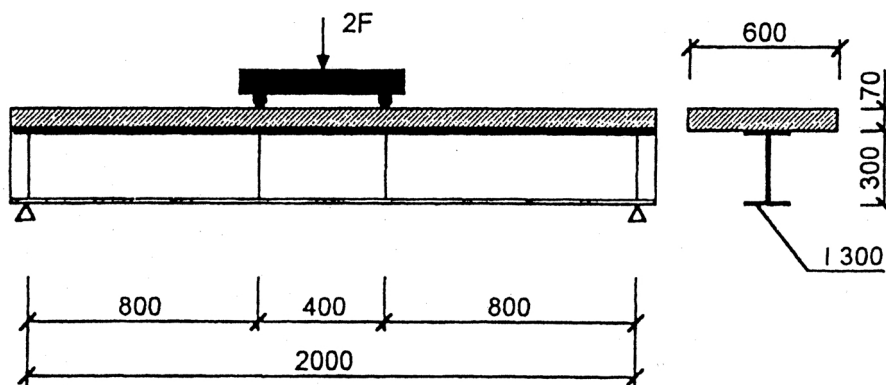
Pružno-plastický postup výpočtu realistickejšie vystihuje správanie sa spriahnutých trávov v pružnej ako aj v plastickej oblasti namáhania. Tento výpočtový model, založený na prírastkovej

sections assessed on a non-compact basis at serviceability limit states, were treated in the same way as non-compact sections in ultimate state, except that the effects of shrinkage and temperature were not to be taken into account. The requirements for the design of composite beams by this procedure were included in the other computer programme designated for this purpose.

The ratio of live load carrying capacity determined by limit state procedure to the elastic one is represented in Fig. 1. For the composite compact section, this ratio is in the range 1.389 to 1.797. Thanks to the limit state design procedure available for compact cross-section, a more important gain in the bending resistance could be achieved, compared with non-compact beams. However, the sudden change, especially at the boundary between elastic and plastic design (Fig. 1), can be seen as non-realistic.

#### 4. Theoretical elasto-plastic analysis

The elasto-plastic procedure can predict more realistically the structural response of composite beams in elastic as well as inelastic ranges of loading. Our computer model is based on the incremental deformation method which determines strains, stresses, deformations and forces, numerically satisfying the conditions of force equilibrium and deformation compatibility for the composite section at any loading level.



Obr. č. 2. Tvar a usporiadanie modelov spriahnutých trávov  
Fig. 2 Details of tested composite beams

deformačnej metóde určuje napätia, deformácie a korešpondujúce vnútorné sily z podmienok rovnováhy po priereze ako aj kompatibility deformácií v spriahnutom priečnom reze v danej etape zaťažovania.

Výpočtový postup akceptuje bežné predpoklady pre typický spriahnutý prierez na obr. 2. Z nich sa zvlášť využíva hypotéza o rovinnosti prierezu aj po ohybe trámu. Betónová doska, pásnice a stena oceľového prierezu sú rozdelené na vhodné elementy po výške priečného rezu. Vychádza sa zo zadanej krivosti prierezu.

The procedure assumes the conventional hypotheses in the typical cross section, as shown in Fig. 2. Particularly, the preservation of the plane sections for both elements is supposed. The concrete slab, the flanges and the web of the steel cross-section are divided into small elements by a grid pattern and in the direction of height, respectively. A curvature is given in the section. The stress in each element is decided from strain-stress path using the total strain added throughout the past hysteresis. The bending moment of the section can be calculated from the element stresses.

Napätie v jednotlivých dielikoch stanovíme z pracovného diagramu v tvare závislosti napätí od deformácií. Výsledný ohybový moment sa obdrží z jednotlivých čiastkových napätí.

## 5. Experimentálny výskum

V rámci experimentálnej časti výskumu sme testovali pôsobenie až do porušenia siedmich spriahnutých priečne zaťažovaných trémov. Modely z ocelových nosníkov I 300 mali dĺžku 2,2 m a rozpätie medzi podperami 2,0. Spolupôsobiaci betónová doska 70 mm hrubá bola z betónu s kockovou pevnosťou od 19 MPa do 38 MPa. Dosku vystužovala zváraná sieť z kruhových drôtov vo vzdialenosti 100 mm (obr. 2). Na tri trámy sa použili prvky spriahnutia v tvare trňov, pozdĺžne v dvoch radoch a v rozostupe 125 mm. Na zaistenie úplného spriahnutia medzi oceľou a betónom mali ďalšie tri trámy prvky spriahnutia z trňov priemeru 13 mm a dĺžky 50 mm zmenšené rozostupy na 70 mm. Jeden trám spolupôbil s doskou prostredníctvom oceľovej lišty vysokej 50 mm a hrúbky 10 mm s otvormi priemeru 30 mm. Skúšané modely mali nainštalované prístroje na meranie priehybov, pomerných deformácií ako aj preklzu na styku betónovej dosky s oceľovým nosníkom. Všetky trámy sme pred definitívnym porušením opakovane zaťažovali a odľahčovali.

Experimenty ukázali, že spriahnuté trámy sú schopné spoľahlivo prenášať zaťaženia aj po prekročení pružnej oblasti, ktorú limituje zaťaženie vyvolávajúce pomerné pretvorenie krajných vlákien spodnej pásnice ocelového nosníka veľkosti  $\varepsilon_y = f_y/E_a$ . Skúšky ďalej potvrdili, že spriahnutie betónu a nosníkom bolo pre všetky modely postačujúce, pretože ich únosnosť bola vyčerpaná rozdrvením betónu dosky. Nameraná závislosť medzi priehybom a zaťažením signalizovala schopnosť ocelového prierezu vykazovať významné plastické pomerné pretvorenia.

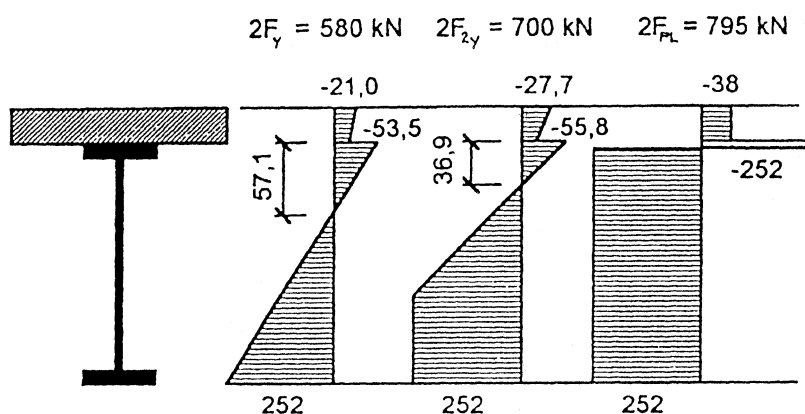
Rozdelenie napätia po priereze trámu, stanovené charakterizovaným pružno-plastickým výpočtom v pružnej ako aj pružno-plastickej oblasti ukazuje obr. 3. Distribúcia napätí medzi jednotlivými zložkami prierezu pre veľkosť pomernej deformácie

## 5. Experimental study

Seven composite beam models were tested to their ultimate load capacity under positive bending moments. The 2.2 m long composite beams had a span of 2.0 m between the end supports and consisted of a rolled-steel girder of I 300 section and a concrete slab. The slab was 70 mm thick with a 28-day concrete strength of 19 MPa and 38 MPa. The concrete slab was reinforced by a mesh of smooth welded wire having a spacing of 100 mm (Fig. 2). The three beams had a double line of conventional shear headed studs at a longitudinal spacing of 125 mm. To insure a full interaction between concrete and steel beams, the other three beams had 13 mm shear studs, 50 mm long with a spacing of only 70 mm. In the last specimen, the steel plate, 50 mm high, fabricated from a 10 mm thick plate with holes 30 mm in diameter was used to connect the concrete slab and steel section together as a composite unit. The models were instrumented for the purpose of measuring deformations, strains across the depth, applied load, and slip between the steel beam and concrete slab. All girders were unloaded and reloaded in increments a number of times before failure.

It has been shown convincingly that composite beams continued to carry loads long after the elastic range, which was limited by a yield load corresponding to deformation of the bottom steel girder flange  $\varepsilon_y = f_y/E_a$ . Post-test inspections revealed that the attachment of the concrete to the girder was adequate for each of the models, which collapsed by transverse cracking of the deck. Ductility as the ability of a beam to undergo significant inelastic deformations could be observed from the shape of the load-versus-deflection curves.

Stress diagrams determined by described procedures for some elastic and elasto-plastic regions are shown in Fig. 3. Stress redistribution between respective parts within the cross-section indicates that the entire cross section reasonably yields to the plastic deformation of the bottom steel flange 2.  $\varepsilon_y$  at extreme



Obr. č. 3. Rozdelenie napätí a príslušné zaťaženie v pružnom, pružno-plastickom a plastickom štádiu pôsobenia trémov  
Fig. 3 Stress diagrams and ultimate load for elastic, elasto-plastic and plastic beam states

2.  $\epsilon_y$  v spodných vláknach oceľového profilu svedčí o tom, že prierez pri tejto úrovni zaťaženia je prijateľne splastizovaný. Výkonnosť trámu rapídne klesá po prekročení tohto limitného pomerného pretvorenia. Z toho usudzujeme, že prírastok únosnosti prierezu sa efektívne získa iba do veľkosti plastickej pomernej deformácie 2.  $\epsilon_y$  v najviac namáhanom vlákne.

## 6. Závery

V prípade nekompaktných prierezov je únosnosť limitovaná pevnosťou štíhlych stien prierezu alebo jeho celkovou stabilitou. Avšak medzná únosnosť plastických a kompaktných tráv sa výstižnejšie stanoví pružno-plastickým výpočtom v porovnaní s bežným pružnostným návrhom. Výkonnejší výpočtový model bol potvrdený skúškami na modeloch.

## Literatúra

- [1] ČSN 73 2089 (Změna b z r. 1973). Směrnice pro navrhování sprážených ocelobetonových nosníků, ÚNM Praha 1981
- [2] EC 4. Design of composite steel and concrete structures. CEN 1992
- [3] BS 5400. Steel concrete and composite bridges. Part 1 to 10 (various dates). British Standard Institution.

fibre. The behaviour deteriorates rapidly after the load had developed this limit girder yielding. Therefore, it can be concluded that the reasonable extra carrying capacity can be mobilised in only allowing the plastic deformation 2.  $\epsilon_y$  at extreme fibre.

## 6. Concluding remarks

In the case of non-compact sections, the load carrying capacity is limited by buckling of slender plate elements or overall stability problems. The ultimate load of plastic and compact beams can be more realistically identified by elasto-plastic design rather than obvious plastic analysis. This analytical model agrees reasonably well with the structural behaviour of the tested specimens.

## References

- [1] ČSN 73 2089 (Změna b z r. 1973). Směrnice pro navrhování sprážených ocelobetonových nosníků, ÚNM Praha 1981
- [2] EC 4. Design of composite steel and concrete structures. CEN 1992
- [3] BS 5400. Steel concrete and composite bridges. Part 1 to 10 (various dates). British Standard Institution.