

Peter Koteš – Josef Vičan – Jiří Slavík \*

# VPLYV KORÓZIE VÝSTUŽE NA SPOĽAHLIVOSŤ EXISTUJÚCICH BETÓNOVÝCH KONŠTRUKCIÍ

## INFLUENCE OF REINFORCEMENT CORROSION ON RELIABILITY OF EXISTING CONCRETE STRUCTURES

*Kvalita a trvanlivosť betónových konštrukcií sú ovplyvňované veľkým množstvom degradačných vplyvov. Článok sa zaoberá koróziou výstuže a jej vplyvom na spoľahlivosť existujúcich betónových konštrukcií. Pre zistenie vplyvu boli použité dva modely pre výpočet pasívneho štádia a dva modely pre výpočet aktívneho štádia. Na výpočet časovo závislej odolnosti konštrukcie sa použil pravdepodobnostný prístup. V závere článku je znázornená zmena pravdepodobnosti poruchy konštrukcie v čase a jej zodpovedajúci index spoľahlivosti v dôsledku korózie výstuže.*

### 1. Úvod

V súčasnosti sa naša krajina pripravuje na začlenenie do Európskej únie. Jedným z mnohých procesov, ktorý tejto snahe má pomôcť, je rozvoj dopravnej infraštruktúry.

Rozvoj dopravnej infraštruktúry je založený na jej modernizácii. Tento proces si vyžaduje veľké investície na dokončenie výstavby diaľnic a opravu existujúcich komunikácií. Avšak, zdroje týchto investícií pre údržbu a rehabilitáciu existujúcich dopravných stavieb sú obmedzené a dlhoročný nedostatok sa v budúcnosti bude prehľbovať. To núti užívateľov k maximálnym úsporám a k využitiu všetkých rezerv existujúcich konštrukcií. Tento stav dopravnej infraštruktúry nie je len v našej krajine, ale stretávame sa s ním aj v zahraničí.

Betónové mosty sú neodmysliteľnou časťou dopravnej infraštruktúry. V súčasnosti sa na našom území nachádza veľa betónových mostných konštrukcií, ktoré by sa mali rekonštruovať a opravovať za účelom ich ďalšieho využitia. Z tohto dôvodu je hodnotenie existujúcich mostných konštrukcií dôležitou časťou hospodárenia s mostnými objektmi (BMS) [1].

Za účelom stanovenia úrovne hladiny spoľahlivosti pri hodnotení existujúcich mostov bol vyvinutý matematický model využívajúci podmienenú pravdepodobnosť. V tomto matematickom modeli sa využívajú nové informácie týkajúce sa skutočného stavu konštrukcie, ktoré nie sú známe a dostupné pri návrhu novej konš-

*The quality and the durability of the concrete structures are affected by lots of degradation processes. The paper deals with reinforcement corrosion and its influence on the reliability of the existing concrete structures. Two types of passive stage calculation and two types of active stage calculation are considered in this paper. The probabilistic approach is used for the time dependent resistance solution. In conclusion, the change of the failure probability and reliability index of the structure in time influenced by reinforcement corrosion are shown.*

### 1. Introduction

Nowadays, our country tries to integrate to The European Union. Development of traffic infrastructure is one of the many components which should help this process.

Development of traffic infrastructure is based on its modernization. This process demands expensive investment for completion of motorways and innovation of roads. Resources of these investments for maintenance and rehabilitation strategy are limited and from now it is predicted that it will not be better. In terms of this we are forced to find and exploit all reserves of the existing structures. These problems are not just in our country, but it is a world-wide problem.

The concrete bridges are unthinkable part of the structures of the traffic infrastructure. At present, there are a lot of concrete structures in our country, which should be rebuilt and repaired on the ground of their other exploitation. On this account, evaluation of existing structures is the most important process in the bridge management system (BMS) [1].

In order to evaluate existing structures, a theoretical approach was developed using conditional probability. The new information concerning the actual structure condition is used in this mathematical model. This information is not available in the process of the new structure design. Periodic inspections regularly performed

\* <sup>1</sup>Ing. Peter Koteš, <sup>1</sup>doc.Ing. Josef Vičan, CSc., <sup>2</sup>doc. Mgr. Jiří Slavík, CSc.

<sup>1</sup>Department of Building Constructions and Bridges, Faculty of Civil Engineering, University of Žilina, Komenského 52, 010 26 Žilina  
Tel.: ++421-41-41868, Fax: ++421-41-41868, E-mail: kotes@fstav.uz.sk, vican@fstav.uz.sk

<sup>2</sup>Department of Transportation Networks, Faculty of Management Science, University of Žilina, Veľký diel, 010 26 Žilina  
Tel.: ++421-41-651015, Fax: ++421-41-651015

trukcie. Za hlavné zdroje týchto informácií sa považujú periodické prehliadky, pravidelne sa vykonávajúce počas životnosti pozorovanej konštrukcie. Získané nové informácie o konštrukcii, ktoré nie sú známe pri jej návrhu, sa môžu použiť pre overovanie skutočného chovania konštrukcie a taktiež pomáhajú redukovať neistoty týkajúce sa odolnosti konštrukcie, jej geometrických parametrov a zaťaženia.

Pozitívny výsledok prehliadky je podmienkou prežitia konštrukcie počas jej zvyškovej životnosti. Je to taký stav konštrukcie, v ktorej žiadny jej prvok neprekročí do doby prehliadky akýkoľvek z medzných stavov. Pomocou tohto prístupu je možné stanoviť novú vyššiu hladinu spoľahlivosti existujúcej konštrukcie a jej novú pravdepodobnosť poruchy pre zvyškovú životnosť. Možnosť použitia tohto prístupu je podmienená poznaním informácií získaných z pravidelne vykonávaných prehliadok mosta. Ďalej je možné spätne vypočítať pravdepodobnosť poruchy, na akú by sa mal prvok posúdiť, aby pri minimálnej jednej prehliadke dosiahol požadovanú hodnotu cieľovej (návrhovej) pravdepodobnosti poruchy. Hore uvedený prístup je podrobne opísaný v [3].

V [4] sú znázornené hodnoty získaných pravdepodobností poruchy  $P_{fi}$  a indexov spoľahlivosti  $\beta_i$  pre hodnotenie prvkov existujúcich konštrukcií. Tieto hodnoty boli stanovené za predpokladu zanedbania degradácie materiálu.

Tento článok sa zaoberá reálnou degradáciou materiálu a jej vplyvom na spoľahlivosť existujúcich železobetónových konštrukcií.

## 2. Korózia výstuže ako degradácia betónového prvku

Za základný parameter spoľahlivosti stavebných konštrukcií považujeme rezervu spoľahlivosti  $G(t)$  [5], ktorú vyjadruje rovnica

$$G(t) = R(t) - S(t), \quad (1)$$

kde:  $R(t)$  zovšeobecnená funkcia odolnosti konštrukcie ako náhodnej premennej,

$S(t)$  sú náhodné premenné účinky zaťaženia toho istého prvku.

Z rovnice (1) vyplýva, že náhodná premenná odolnosť  $R(t)$ , náhodné premenné účinky zaťaženia  $S(t)$  a rezerva spoľahlivosti  $G(t)$  sú hodnoty premenné v čase.

Zmena odolnosti  $R(t)$  v čase je závislá od mnohých faktorov. Najvýznamnejšími parametrami ovplyvňujúcimi odolnosť v čase sú rôzne typy degradácie. Za najznámejší spôsob degradácie železobetónových konštrukcií je považovaná difúzia  $\text{CO}_2$  do betónového prvku, označovaná ako karbonatácia a následná korózia výstuže. Proces difúzie  $\text{CO}_2$  pozostáva z dvoch fáz [6]. Prvá fáza – *pasívne štádium*, predstavuje čas  $(0, t_0)$ , kedy  $\text{CO}_2$  preniká cez kryciu vrstvu. Počas tohoto štádia sa odolnosť prvku nemení. Dĺžka pasívneho štádia závisí od hrúbky krycej vrstvy. Druhá fáza – *aktívne štádium*, predstavuje čas  $(t_0, T)$ , odkedy  $\text{CO}_2$  prenikol cez kryciu vrstvu a dosiahol výstuž, na ktorú pôsobí až do konca životnosti  $T = 80$  rokov. V tomto čase  $\text{CO}_2$  spôsobuje koróziu výstuže.

within lifetime of the observed structure are main resources of this information. The obtained extra information unknown in the design phase can be used for verification of the correct structure performance and also helps to reduce some uncertainties related to the structure resistance, measurements and load parameters.

The positive result of inspection is condition of survival of a structure in the remaining lifetime. It means that any component of structure has not exceeded any limit states until inspection time. Through this positive information we are able to determine new higher reliability level of the existing structure and its new failure probability for the remaining lifetime. It is impossible without new information obtained from the regularly performed inspections. Next we are able to solve back the failure probability for which the element should be evaluated so that we can achieve the required value of the target failure probability with minimal one inspection. This approach is described in [3].

The obtained values of failure probability  $P_{fi}$  and reliability index  $\beta_i$  for assessment of existing structure members are shown in [4]. These values were established providing that a material degradation is neglected.

This paper deals with a problem of an actual material degradation and its influence on reliability of the existing concrete structures.

## 2. Reinforcement corrosion as a degradation of concrete member

The reliability margin  $G(t)$  [5] is the basic parameter of structural reliability and it is described by formula

$$G(t) = R(t) - S(t), \quad (1)$$

where  $R(t)$  is the generalized function of a random variable structural resistance,

$S(t)$  are random variable load effects of the same element.

As we can see from formula (1), random variable resistance  $R(t)$ , random variable load effect  $S(t)$  and reliability margin  $G(t)$  are values dependent on time  $t$ .

The resistance  $R(t)$  has been changed in time due to many factors. The different types of degradation are the best-known factors changing the resistance in time. The most significant way of degradation of concrete structures is diffusion of  $\text{CO}_2$  to the concrete member called as a carbonization, and consecutive reinforcement corrosion. This process of  $\text{CO}_2$  diffusion consists of two phases [6]. The first phase – *passive stage* means time  $(0, t_0)$ , when  $\text{CO}_2$  penetrates through the concrete cover. In this time the resistance of element is not changed. The length of the passive stage depends on the cover depth. The second phase – *active stage* means time  $(t_0, T)$ , from when  $\text{CO}_2$  penetrated through the concrete cover and achieved reinforced bars to the end of member life  $T = 80$  years. During this time,  $\text{CO}_2$  induces the corrosion of reinforced bars.

V následnej parametrickej štúdii bol uvažovaný ohýbaný železobetónový prvok. Odolnosť  $R(t)$  ohýbaného železobetónového prvku je daná rovnicou, odvodenou v [2]

$$R(t) = \frac{A_{s,n}^2 \cdot f_{s,n}^2}{b_n \cdot f_{c,n}} \times \left[ 0.5 \cdot \varphi_{wc}(t) \cdot \varphi_{fc} + \varphi_{ws}(t) \cdot \varphi_{fs} \cdot \left( \frac{1}{\xi_n} - 1 \right) \right], \quad (2)$$

kde:  $A_{s,n}$  je nominálna hodnota prierezovej plochy výstuže [ $\text{m}^2$ ],

$$A_{s,n} = \frac{\pi}{4} \cdot d_{s,n}^2, \quad (3)$$

$f_{s,n}$  je nominálna hodnota medze klzu výstuže [MPa],

$f_{c,n}$  je nominálna hodnota pevnosti betónu [MPa],

$b_n$  je nominálna hodnota šírky prierezu [m],

$$\xi_n = \frac{A_{s,n} \cdot f_{s,n}}{b_n \cdot \left( h_n - c_n - \frac{d_{s,n}}{2} \right) \cdot f_{c,n}}, \quad (4)$$

$h_n$  je nominálna hodnota výšky prierezu [m],

$c_n$  je nominálna hodnota hrúbky krycej vrstvy [m],

$d_{s,n}$  je nominálna hodnota priemeru výstuže [m],

$$\varphi_{fc} = \frac{f_c}{f_{c,n}}; \quad \varphi_{fs} = \frac{f_s}{f_{s,n}}, \quad (5)(6)$$

$f_c$  je pevnosť betónu v tlaku [MPa],

$f_s$  je medza klzu výstuže [MPa],

In the parametric study, the concrete element subjected to bending was considered. Resistance  $R$  of bending concrete element is given by formula, derived in [2]

where:  $A_{s,n}$  is the nominal value of the reinforcement cross-section area [ $\text{m}^2$ ],

$$A_{s,n} = \frac{\pi}{4} \cdot d_{s,n}^2, \quad (3)$$

$f_{s,n}$  is the nominal value of reinforcement yield strength [MPa],

$f_{c,n}$  is the nominal value of concrete strength [MPa],

$b_n$  is the nominal value of cross section width [m],

$$\xi_n = \frac{A_{s,n} \cdot f_{s,n}}{b_n \cdot \left( h_n - c_n - \frac{d_{s,n}}{2} \right) \cdot f_{c,n}}, \quad (4)$$

$h_n$  is the nominal value of cross-section height [m],

$c_n$  is the nominal value of concrete covering [mm],

$d_{s,n}$  is the nominal value of reinforcement diameter [mm],

$$\varphi_{fc} = \frac{f_c}{f_{c,n}}; \quad \varphi_{fs} = \frac{f_s}{f_{s,n}}, \quad (5)(6)$$

$f_c$  is the concrete strength [MPa],

$f_s$  is the reinforcement yield strength [MPa],

$$\varphi_{wc}(t) = \left( \frac{b_n \cdot f_{c,n}^2}{A_{s,n}^2 \cdot f_{s,n}^2} \right) \cdot \frac{A_s^2(t) \cdot f_s^2}{b \cdot f_c^2}, \quad (7)$$

$$\varphi_{ws}(t) = \frac{1}{A_{s,n} \cdot \left( h_n - c_n - \frac{d_{s,n}}{2} - \frac{A_{s,n} \cdot f_{s,n}}{b_n \cdot f_{c,n}} \right)} \cdot A_{st}(t) \cdot \left( h - c - \frac{d_s(t)}{2} - \frac{A_s(t) \cdot f_s}{b \cdot f_d} \right), \quad (8)$$

kde  $h$  je výška prierezu [m],

$b$  je šírka prierezu [m],

$c$  je hrúbka krycej vrstvy [m],

$d_s(t)$  je priemer výstuže závislý od času [m],

$A_s(t)$  je plocha výstuže závislá od času [ $\text{m}^2$ ],

$$A_s = \frac{\pi}{4} \cdot d_s^2, \quad (9)$$

Veličiny  $b$ ,  $c$ ,  $h$ ,  $f_c$  a  $f_s$  sú náhodné premenné.

Označenie rozmerov je na obr. 1

Z rovnice (9) vyplýva, že zmena odolnosti  $R(t)$  v čase závisí od úbytku prierezovej plochy výstuže. Pre výpočet úbytku prierezovej plochy výstuže boli uvažované dva prístupy. Ako prvý sa uvažoval model korózie podľa Andradeiho [7] (pozri obr. 2), ktorý je jeden z najviac používaných modelov korózie výstuže. Zmena priemeru výstuže  $d_s(t)$  pre plošnú koróziu je opísaná rovnicou

$$d_s(t) = d_s - 0,0232 \cdot (t - t_0) \cdot i_{corr}, \quad (10)$$

where  $h$  is the cross-section height [m],

$b$  is the cross-section width [m],

$c$  is the concrete covering [m],

$d_s(t)$  is the reinforcement diameter dependent on time [m],

$A_s(t)$  is the reinforcement cross-section area dependent on time [ $\text{m}^2$ ],

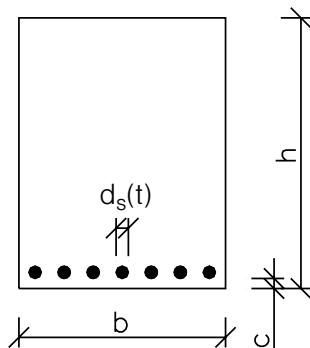
$$A_s = \frac{\pi}{4} \cdot d_s^2, \quad (9)$$

Quantities of  $b$ ,  $c$ ,  $h$ ,  $f_c$  and  $f_s$  are considered to be random variables.

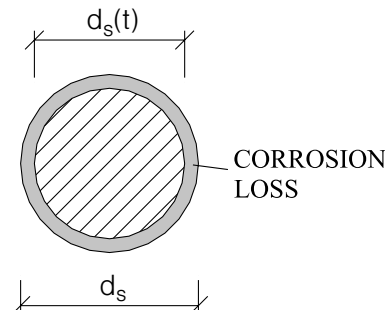
Denotations of dimensions are shown in fig. 1

From formula (9), it can be seen that the change of resistance  $R(t)$  in time depends on the lost of reinforcement cross-section area. Two approaches to the calculation of the reinforcement cross-section area loss were considered. The first corrosion model according to Andrade [7] (see fig. 2) was considered. This model of corrosion is one of the most used models. Loss of diameter  $d_s(t)$  for uniform corrosion is described by formula

$$d_s(t) = d_s - 0.0232 \cdot (t - t_0) \cdot i_{corr}, \quad (10)$$



Obr. 1. Schéma označenia rozmerov  
Fig. 1. Scheme of profile denotation



Obr. 2. Úbytok prierezovej plochy  
Fig. 2. Loss of cross section area

kde:  $i_{corr}$  je hustota prúdovej korózie [ $\mu\text{A}/\text{cm}^2$ ],  
(1  $\mu\text{A}/\text{cm}^2$  predstavuje 11,6  $\mu\text{m}/\text{rok}$  skorodovanej vrstvy),  
 $t_0$  je dĺžka pasívneho štádia.

Ďalší korozívny model bol uvažovaný podľa Thoft-Christensen [9] (viď obr. 2). Zmena priemeru výstuže  $d_s(t)$  je opísaná rovnicou

$$d_s(t) = d_s - (t - t_0) \cdot r_{corr}, \quad (11)$$

kde:  $r_{corr}$  stupeň korózie [ $\mu\text{m}/\text{rok}$ ],  
 $t_0$  je dĺžka pasívneho štádia.

Hustota prúdovej korózie  $i_{corr}$  a stupeň korózie  $r_{corr}$  boli merané na skutočných mostných konštrukciách [7], [8], [9] a sú opísané v tab. 1.

Začiatok zmeny odolnosti v čase závisí na dĺžke pasívneho štádia. Proces difúzie  $\text{CO}_2$  sa riadi druhým Fickovým zákonom [10]

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{eff} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (12)$$

kde:  $C$  je koncentrácia agresívnych látok,  
 $D_{eff}$  je koeficient difúzie.

Pre praktické využitie bolo odvodených niekoľko modelov difúzie  $\text{CO}_2$ . Proces difúzie v týchto modeloch závisí od rôznych faktorov.

V prezentovanej parametrickej štúdii boli použité dva modely výpočtu pasívneho štádia. V prvom použitom modeli je dĺžka pasívneho štádia závislá od hrúbky krycej vrstvy  $c$  a materiálnej konštanty  $D$ . Uvedený model je jednoduchý a je opísaný v rôznych prácach, napríklad [11]. Dĺžka pasívneho štádia sa vypočíta zo vzťahu

$$t_0 = \frac{c^2}{2 \cdot D}, \quad (13)$$

kde:  $D$  je materiálová konštanta uvedená v tab. 2 podľa [11].

Druhý použitý model podľa Freya [12] je presnejší, ale je veľmi problematické získať hodnoty konštánt potrebných v tomto modeli. Hĺbka skarbonizovanej vrstvy v čase je daná rovnicou

where:  $i_{corr}$  is the corrosion current density [ $\mu\text{A}/\text{cm}^2$ ],  
(1  $\mu\text{A}/\text{cm}^2$  is equal to 11,6  $\mu\text{m}/\text{year}$  of corrosion),  
 $t_0$  is time of passive stage.

Next, the second model of corrosion according to Thoft-Christensen [9] (see fig. 2) was considered. Loss of diameter  $d_s(t)$  is described by formula

$$d_s(t) = d_s - (t - t_0) \cdot r_{corr}, \quad (11)$$

where:  $r_{corr}$  is the corrosion rate [ $\mu\text{m}/\text{year}$ ],  
 $t_0$  is time of passive stage.

The corrosion current density  $i_{corr}$  and the corrosion rate  $r_{corr}$  were measured on the real bridge structures [7], [8], [9] and their values are shown in tab. 1.

The start of the resistance changing in time depends on the length of the passive stage. The process of  $\text{CO}_2$  diffusion is described by the second Fick's law [10]

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{eff} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (12)$$

where:  $C$  is the concentration of aggressive subject,  
 $D_{eff}$  is the diffusion coefficient.

Many models of  $\text{CO}_2$  diffusion were deduced for practical use. These models depend on various factors.

Two models of passive stage calculation were used in the parametric study. In the first model it is described that the length of the passive stage depends on the concrete cover  $c$  and material constant  $D$ . This model is simple and it is described in many references, for example [11]. Length of passive stage is given by formula

$$t_0 = \frac{c^2}{2 \cdot D}, \quad (13)$$

where:  $D$  is a material constant presented in tab. 2 by [11].

The second model by Frey [12] is more precise than the first model, but it is difficult to get the constants for this model. The depth of carbonation layer in time is given by formula

$$d_k = (e^{A \cdot w^{-2}} - 1) \cdot (1 - e^{-w \cdot \sqrt{t}}), \quad (14)$$

kde  $A$ ,  $w$  sú konštanty závislé od prostredia (pozri tab. 2).

V prípade vzťahu (14) sa dĺžka pasívneho štádia  $t = t_0$  vypočíta, keď sa položí  $d_k = c$ . Veličiny  $h$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d_s$ ,  $f_c$ ,  $f_s$ ,  $i_{corr}$  a  $r_{corr}$  v rovniciach (7-11) sú náhodné premenné s normálnym rozdelením. Štatistické charakteristiky premenných sú znázornené v tab. 1.

Tab. 1

Premenné	Stredná hodnota	Smerodajná odchýlka	Variačný koeficient
Medza klzu - $f_s$ [MPa]	400,81480	23,96686	0,06800
Pevnosť betónu - $f_c$ [MPa]	24,64000	2,68000	0,10877
Výška prierezu - $h$ [m]	0,797800	0,01360	0,01705
Šírka prierezu - $b$ [m]	0,49570	0,00740	0,01493
Priemer výstuže - $d_s$ [mm]	19,770	0,223	0,01128
Hrúbka krycia vrstva - $c$ [mm]	24,00	1,30	0,05417
Hustota prúdovej korózie - $i_{corr}$ [ $\mu\text{A}/\text{cm}^2$ ]	1,00	0,20	0,20
	3,00	0,60	0,20
Stupeň korózie - $r_{corr}$ [ $\mu\text{m}/\text{rok}$ ]	50,70	5,80	0,11440

V priereze bolo uvažovaných 7 prútov výstuže.

Hodnoty premenných z tab. 1 a konštánt z tab. 2 boli zistené meraním na skutočných mostných konštrukciách [7], [8], [9] a [10].

Tab. 2

Konštanta - $A$ [ $\text{rok}^{-1}$ ] (pre centrálnu Európu)	0,11
Konštanta - $w$ [ $\text{rok}^{-0,5}$ ]	0,170
	0,160
Materiálová konštanta - $D$ [ $\text{mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ]	$2,84 \cdot 10^{-7}$
	$4,82 \cdot 10^{-7}$

Konkrétna numerická aplikácia výpočtu časovo závislej odolnosti  $R(t)$  bola realizovaná pomocou simulačnej metódy Monte-Carlo. Na simuláciu je možné použiť aj iné známe metódy, ako napríklad LHS, Importance sampling [13] a iné. Získané výsledky simulácie boli pre ďalšie použitie aproximované matematickými závislosťami v tvare

$$m_R(t) = m_R + p_1 \cdot t + p_2 \cdot t^2, \text{ respekt. } s_R(t) = s_R + p_3 \cdot t + p_4 \cdot t^2 \quad (15)$$

kde:  $m_R$  a  $s_R$  sú stredná hodnota a smerodajná odchýlka odolnosti prvku podľa (2),

$p_1, p_2, p_3, p_4$  sú konštanty.

Výsledky simulácií sú znázornené na obr. 3 a obr. 4.

V parametrickej štúdii bol simulovaný priečný rez s náhodne premennými parametrami  $f_s, f_c, h, b, d_s, c$  (pozri tab. 1), ktorých rozdelenia sa v priebehu výpočtu nemenili. Odlišná bola len metóda výpočtu pasívneho a aktívneho štádia korózie výstuže, čiže

$$d_k = (e^{A \cdot w^{-2}} - 1) \cdot (1 - e^{-w \cdot \sqrt{t}}), \quad (14)$$

where  $A$ ,  $w$  are constants dependent on the environment (see tab. 2).

The length of passive stage  $t = t_0$  is calculated from (14) when  $d_k = c$  (concrete cover). Values of  $h$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d_s$ ,  $f_c$ ,  $f_s$ ,  $i_{corr}$  and  $r_{corr}$  in relations (7-11) are normally distributed random variables. The statistical characteristics of variables are given in tab. 1.

Tab. 1

Variables	The mean value	The standard deviation	Coefficient of variation
Yield strength - $f_s$ [MPa]	400.81480	23.96686	0.06800
Strength of concrete - $f_c$ [MPa]	24.64000	2.68000	0.10877
Height - $h$ [m]	0.797800	0.01360	0.01705
Width - $b$ [m]	0.49570	0.00740	0.01493
Bar diameter - $d_s$ [mm]	19.770	0.223	0.01128
Concrete cover - $c$ [mm]	24.00	1.30	0.05417
Corrosion current density - $i_{corr}$ [ $\mu\text{A}/\text{cm}^2$ ]	1.00	0.20	0.20
	3.00	0.60	0.20
Corrosion rate - $r_{corr}$ [ $\mu\text{m}/\text{year}$ ]	50.70	5.80	0.11440

The number of reinforcement bars was equal to 7.

The values of variables in tab. 1 and constants in tab. 2 were measured on the real bridge structures [7], [8], [9] and [10].

Tab. 2

Constant - $A$ [ $\text{year}^{-1}$ ] (for central Europe)	0,11
Constant - $w$ [ $\text{year}^{-0,5}$ ]	0,170
	0,160
Material constant - $D$ [ $\text{mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ]	$2,84 \cdot 10^{-7}$
	$4,82 \cdot 10^{-7}$

Numerical application calculating time dependent resistance  $R(t)$  was realized by simulation of Monte-Carlo method. It is possible to use other methods for simulation, for example LHS, Importance sampling [13] etc. For further use, results of simulation were approximated by mathematical relations given by formula

where:  $m_R$  and  $s_R$  are mean values and standard deviation of the element resistance in accordance with (2),

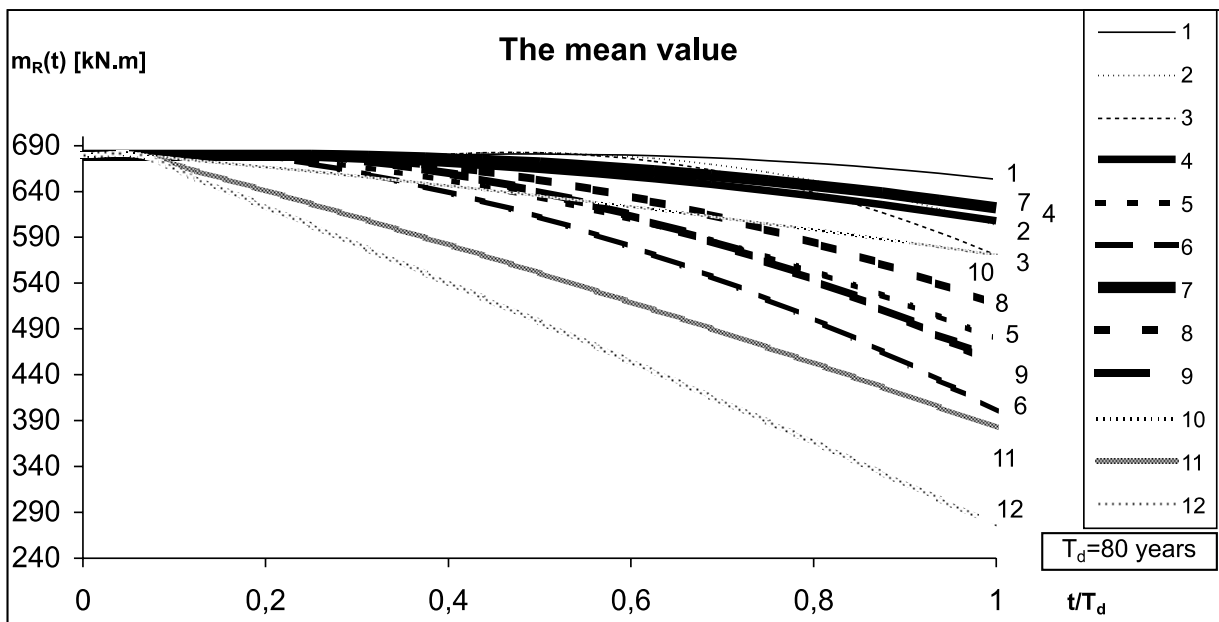
$p_1, p_2, p_3, p_4$  are constants.

The results of simulation are shown in Fig. 3 and Fig. 4.

There was simulated one cross-section with variables parameters  $f_s, f_c, h, b, d_s, c$  (see tab. 1), whose distributions were not changed during calculation. The different methodology of the passive and active stage calculating has been used so that the para-

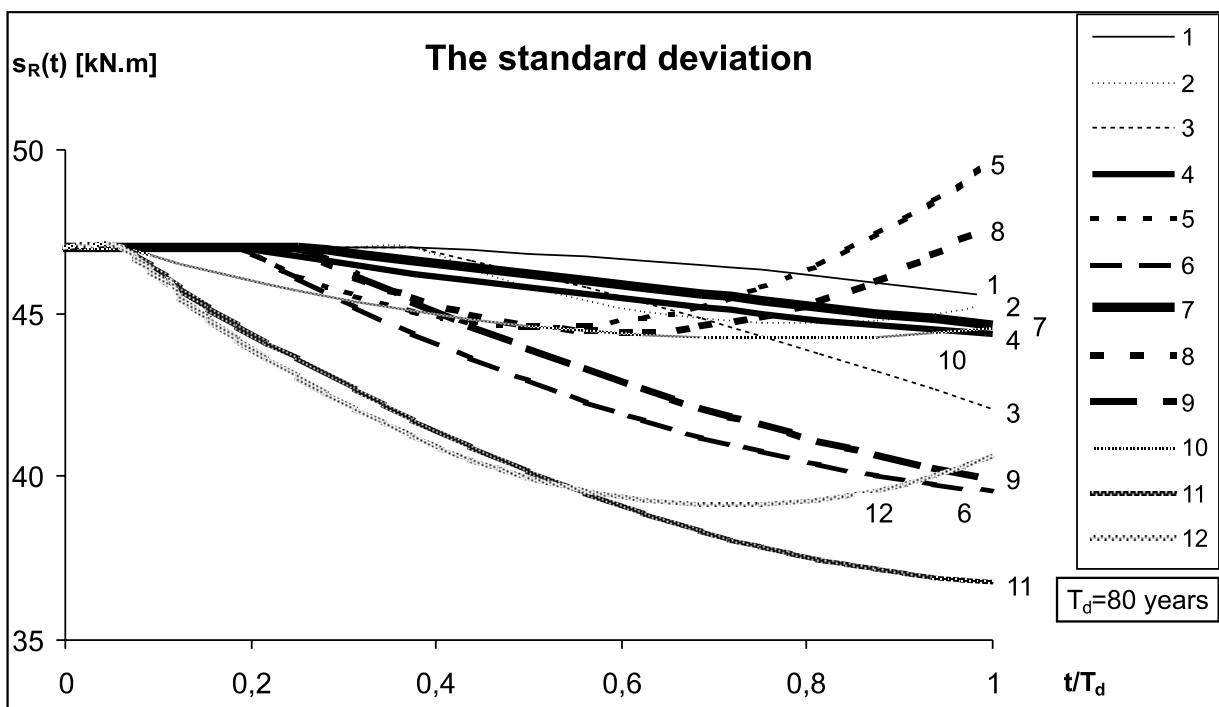
menili sa parametre  $D$ ,  $w$ ,  $i_{corr}$  a  $r_{corr}$ . Blížšie je priradenie kriviek k jednotlivým modelom výpočtu pasívneho a aktívneho štádia opísané v tab. 3.

meters of  $D$ ,  $w$ ,  $i_{corr}$  and  $r_{corr}$  have been changed. The curve assignment of relevant approach to the passive and active stage calculating is shown in tab. 3.



Obr. 3. Časovo závislá stredná hodnota odolnosti  $R(t)$

Fig. 3. Time dependent mean value of resistance  $R(t)$



Obr. 4. Časovo závislá smerodajná odchýlka odolnosti  $R(t)$

Fig. 4. Time dependent standard deviation of resistance  $R(t)$

Tab.3

Označ.	Výpočet pasívneho štádia	Výpočet aktívneho štádia
1	$D = 2,84 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$i_{\text{corr}} = (1,0; 0,2)$
2	$D = 2,84 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$i_{\text{corr}} = (3,0; 0,6)$
3	$D = 2,84 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$r_{\text{corr}} = (50,7; 5,80)$
4	$D = 4,82 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$i_{\text{corr}} = (1,0; 0,2)$
5	$D = 4,82 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$i_{\text{corr}} = (3,0; 0,6)$
6	$D = 4,82 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$r_{\text{corr}} = (50,7; 5,80)$
7	$w = 0,170 \text{ rok}^{-0,5}$	$i_{\text{corr}} = (1,0; 0,2)$
8	$w = 0,170 \text{ rok}^{-0,5}$	$i_{\text{corr}} = (3,0; 0,6)$
9	$w = 0,170 \text{ rok}^{-0,5}$	$r_{\text{corr}} = (50,7; 5,80)$
10	$w = 0,160 \text{ rok}^{-0,5}$	$i_{\text{corr}} = (1,0; 0,2)$
11	$w = 0,160 \text{ rok}^{-0,5}$	$i_{\text{corr}} = (3,0; 0,6)$
12	$w = 0,160 \text{ rok}^{-0,5}$	$r_{\text{corr}} = (50,7; 5,80)$

Tab.3

Denot.	Passive stage calculating	Active stage calculating
1	$D = 2,84 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$i_{\text{corr}} = (1,0; 0,2)$
2	$D = 2,84 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$i_{\text{corr}} = (3,0; 0,6)$
3	$D = 2,84 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$r_{\text{corr}} = (50,7; 5,80)$
4	$D = 4,82 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$i_{\text{corr}} = (1,0; 0,2)$
5	$D = 4,82 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$i_{\text{corr}} = (3,0; 0,6)$
6	$D = 4,82 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$r_{\text{corr}} = (50,7; 5,80)$
7	$w = 0,170 \text{ year}^{-0,5}$	$i_{\text{corr}} = (1,0; 0,2)$
8	$w = 0,170 \text{ year}^{-0,5}$	$i_{\text{corr}} = (3,0; 0,6)$
9	$w = 0,170 \text{ year}^{-0,5}$	$r_{\text{corr}} = (50,7; 5,80)$
10	$w = 0,160 \text{ year}^{-0,5}$	$i_{\text{corr}} = (1,0; 0,2)$
11	$w = 0,160 \text{ year}^{-0,5}$	$i_{\text{corr}} = (3,0; 0,6)$
12	$w = 0,160 \text{ year}^{-0,5}$	$r_{\text{corr}} = (50,7; 5,80)$

### 3. Časovo závislá pravdepodobnosť poruchy $P_f(t)$

Pravdepodobnosť poruchy prvku  $P_f(t)$  je časovo závislá a je definovaná rovnicou podľa [3]

$$P_f(t) = P(G(t) < 0) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} F(x) \int_0^t \varphi\left(\frac{x - m_R(\tau)}{s_R(\tau)}\right) \cdot \frac{1}{s_R(\tau)} \cdot f(\tau) d\tau dx, \quad (16)$$

kde

$$F(x) = e^{-L(t) \left[ 1 - \int_0^t \varphi\left(\frac{x - m_s(\tau)}{s_s(\tau)}\right) s(\tau) d\tau \right]}, \quad L(t) = \int_0^t \lambda(\tau) d\tau, \quad (17)$$

je distribučná funkcia náhodne premennej odozvy zaťaženia  $S$  so strednou hodnotou  $m_s(t)$  a smerodajnou odchýlkou  $s_s(t)$ .

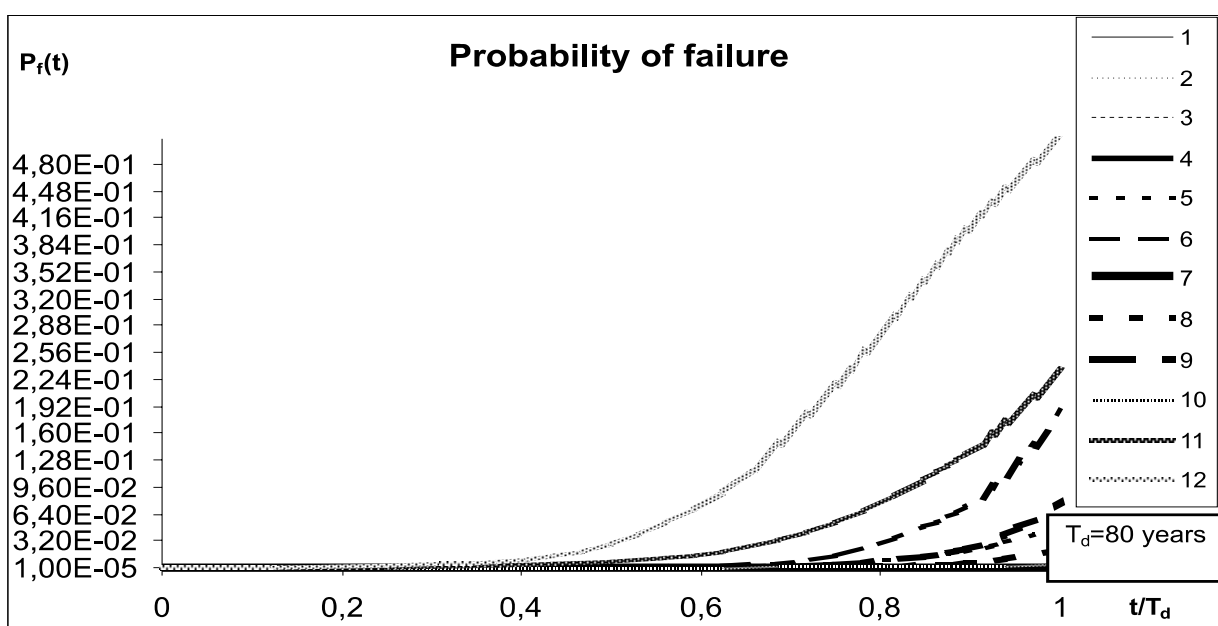
### 3. Time dependent failure probability $P_f(t)$

The element probability of failure  $P_f(t)$  is time dependent and it is defined using formula according to [3]

where

$$F(x) = e^{-L(t) \left[ 1 - \int_0^t \varphi\left(\frac{x - m_s(\tau)}{s_s(\tau)}\right) s(\tau) d\tau \right]}, \quad L(t) = \int_0^t \lambda(\tau) d\tau, \quad (17)$$

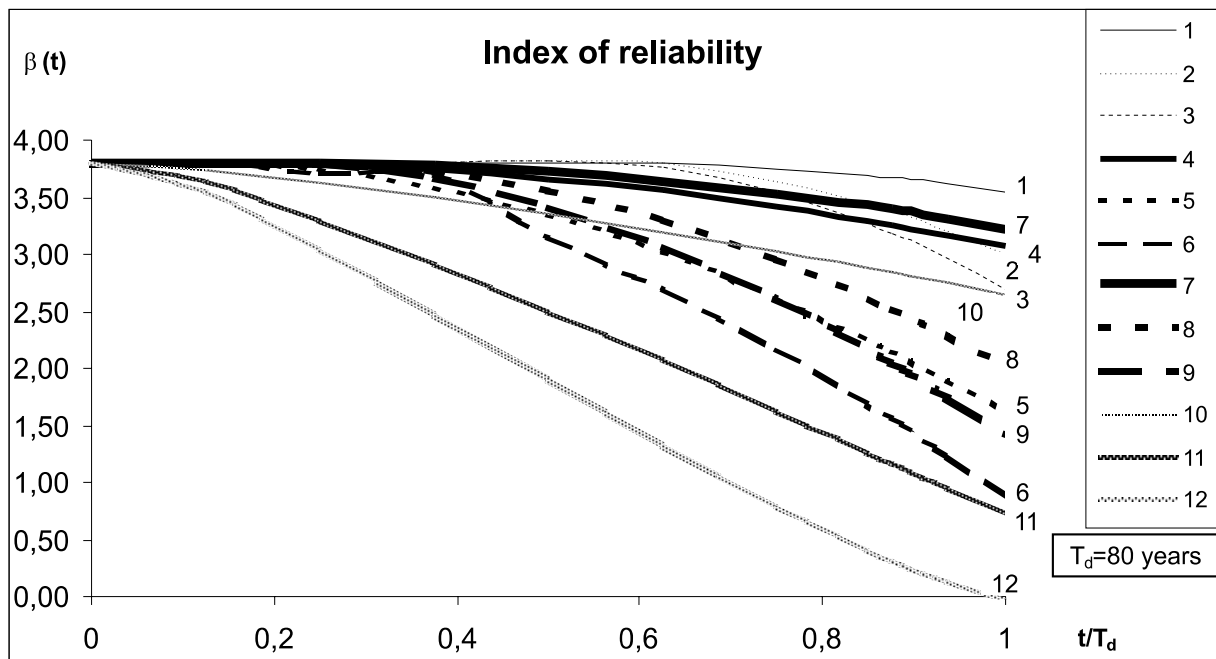
is the distribution function of random variable load effects  $S$  with mean value  $m_s(t)$  and standard deviation  $s_s(t)$ .



Obr. 5. Časovo závislá pravdepodobnosť poruchy  $P_f(t)$  ohýbaného prvku napadnutého koróziou  
Fig. 5. Time dependent failure probability  $P_f(t)$  of bending member under corrosion attack

Odozva zaťaženia  $S$  je chápaná ako séria normálne rozdelených účinkov zaťaženia opakovane sa vyskytujúcich v čase a riadiacich sa Poissonovým rozdelením s parametrom  $\lambda(\tau) = 1/80 = 0,0125$ . Výsledky výpočtov pravdepodobnosti poruchy prvku  $P_f(t)$  a jej zodpovedajúcim indexom spoľahlivosti  $\beta(t)$  sú znázornené na obr. 5 a obr. 6.

Load effects  $S$  are normally distributed random variables in time having Poisson distribution with parameter  $\lambda(\tau) = 1/80 = 0.0125$ . Results of simulation of the element failure probability  $P_f(t)$  and correspondent reliability index  $\beta(t)$  are shown in Fig. 5 and Fig. 6.



Obr. 6 Časovo závislý index spoľahlivosti  $\beta(t)$  ohýbaného prvku napadnutého koróziou  
Fig. 6 Time dependent reliability index  $\beta(t)$  of bending member under corrosion attack

#### 4. Závery

V prezentovanom príspevku sme sa zaoberali vplyvom korózie na odolnosť a spoľahlivosť ohýbaného železobetónového prvku.

Zmena strednej hodnoty odolnosti  $m_R(t)$  rozhodujúco ovplyvňuje zmenu pravdepodobnosti poruchy. Stredná hodnota odolnosti sa nemení počas pasívneho štádia. Dĺžky uvažovaných pasívnych štádií boli:

32,2 rokov ( $D = 2,84 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ),  
18,9 rokov ( $D = 4,82 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ),  
21,5 rokov ( $w = 0,170 \text{ year}^{-0,5}$ ),  
6,3 rokov ( $w = 0,160 \text{ year}^{-0,5}$ ).

Dĺžka pasívneho štádia značne ovplyvňuje strednú hodnotu odolnosti  $m_R(t)$  a pravdepodobnosť poruchy  $P_f(t)$ . Najkratšie pasívne štádium rovné 6,3 rokom zodpovedá veľmi agresívnym podmienkam (primorské krajiny). Z tohoto dôvodu nie sú tieto výsledky (krivka 10, 11, 12 na obr. 4) aplikovateľné v našej krajine.

Hodnoty hustoty prúdovej korózie  $i_{corr}$  a stupňa korózie  $r_{corr}$  významne ovplyvňujú strednú hodnotu odolnosti  $m_R(t)$ . Vyššie hodnoty  $i_{corr}$  a  $r_{corr}$  zodpovedajú väčšiemu úbytku strednej hodnoty odolnosti. Hodnota  $r_{corr}$  je taktiež nereálna pre naše klimatické

#### 4. Conclusions

In this paper, the influence of reinforcement corrosion on the resistance and reliability of concrete element subjected to bending is presented.

The change of mean value of resistance  $R(t)$  affects decisively the change of failure probability. The mean value is not changed during the passive stage. The lengths of the passive stage were:

32.2 years ( $D = 2,84 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ),  
18.9 years ( $D = 4,82 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ),  
21.5 years ( $w = 0,170 \text{ year}^{-0,5}$ ),  
6.3 years ( $w = 0,160 \text{ year}^{-0,5}$ ).

The length of the passive stage influences the mean value of resistance  $R(t)$  and the failure probability  $P_f(t)$  to a great degree. The shortest passive stage equals to 6.3 years corresponds to very aggressive conditions (seaside countries). Therefore, the results (curves 10, 11, 12, Fig. 4) are not applicable in our country.

The values of the corrosion current density  $i_{corr}$  and corrosion rate  $r_{corr}$  affect the mean value of resistance  $R(t)$  significantly. The higher value of  $i_{corr}$  and  $r_{corr}$  correspond to a higher decrease of the mean value of resistance. The value of  $r_{corr}$  should be not



prostredie, pretože nakoľko zodpovedá vysoko agresívnym podmienkam – krivky 6,9).

Smerodajná odchýlka odolnosti  $s_R(t)$  značne závisí od smerodajných odchýlok hustoty prúdovej korózie  $i_{corr}$  a stupňa korózie  $r_{corr}$ . Smerodajná odchýlka odolnosti v čase rastie s väčšou smerodajnou odchýlkou  $i_{corr}$  a  $r_{corr}$  (krivky 2, 5, 8, 12, obr. 5).

Pravdepodobnosť poruchy  $P_f(t)$  a index spoľahlivosti  $\beta(t)$  sa významne začínajú meniť po polovici životnosti mosta. Stredná hodnota odolnosti mení najvýraznejšie pravdepodobnosť poruchy. Získaná časová závislosť pravdepodobnosti poruchy prvků umožňuje kvalitnejšie plánovanie údržby mostu a presnejšie stanovenie doby jeho rekonštrukcie.

## Oznámenie

Príspevok bol vypracovaný v rámci výskumu podporovaného grantovou agentúrou VEGA SR (grantová úloha č. 1/7344/20).

applicable in our region (it corresponds to aggressive conditions too – curves 6,9).

The standard deviation of resistance  $R(t)$  depends much on the standard deviation of corrosion current density  $i_{corr}$  and corrosion rate  $r_{corr}$ . The resistance standard deviation is increased in time with a higher standard deviation of  $i_{corr}$  and  $r_{corr}$  (curves 2, 5, 8, 12, fig. 5).

The failure probability  $P_f(t)$  and reliability index  $\beta(t)$  are changed significantly after half of bridge lifetime. The change of the resistance mean value influences failure probability mostly.

The obtained time dependent failure probability of member can be used for planning maintenance and determining the time of its reconstruction.

## Acknowledgements

The research work presented in this paper has been supported by Slovak Grant Agency, Grant No 1/7344/20

## 5. Literatúra – References

- [1] VIČAN, J., KOTEŠ, P.: *New Developments in Bridge Management. Quality and Reliability in Building Industry*. Levoča 1999, p. 325-330
- [2] KOTEŠ, P., VIČAN, J., SLAVÍK, J.: *Influence of reinforcement corrosion on reliability of existing concrete structures*. International Conference "Transcom '2001", Žilina 2001, p. 23-26
- [3] VIČAN, J., SLAVÍK, J., KOTEŠ, P.: *Influence of inspections on reliability of existing bridges*. 19-th international conference "Steel structures and bridges 2000", High Tatras, p. 69-74
- [4] VIČAN, J. a kol.: *Methodology of computing of load-carrying capacity of existing road network bridges*. University of Žilina, 1999
- [5] MRÁZIK, A.: *Reliability theory of steel structures*. VEDA Bratislava 1987 (in Slovak)
- [6] TUUTTI, K.: *Corrosion of Steel in Concrete*. CBI forskning/research, 04. 1982
- [7] ANDRADE, C., SARRIA, J., ALONSO, C.: *Corrosion rate field monitoring of post-tensioned tendons in contact with chlorides*. Conference "Durability of building materials and components, Stockholm, 1996, p. 959-967.
- [8] VAL, D.V., MELCHER, R.E.: *Reliability of deteriorating RC slab bridges*. Journal of structural engineering, December 1997, p. 1638-1644
- [9] THOFT-CHRISTENSEN, P.: *A Reliability Based Expert System for Bridge Maintenance*. Tekno Vision Conference, Denmark, 1992
- [10] MATOUŠEK, M., DROCHYTKA, R.: *Atmospheric corrosion of concrete*. IKAS Prague 1998
- [11] BILČÍK, J.: *Prediction of Service Life with regard to Reinforcement Corrosion*, Slovak Journal of Civil Engineering 2-3, 1994, p. 34-38
- [12] FREY, R.: *Untersuchung der zwanzigjährlng Carbonatisierung von Betonen*. Beton 43, 1993, Heft3, p. 116-120
- [13] KALA, Z.: *Approximation and Advanced Numerical Simulation Methods*. II. Conference "Reliability of Structures", Ostrava, 2001, p. 97-100