

4

Jan Černý

**JEDNOTNÝ POHLED NA OPTIMALIZÁCIU DOPRAVNEJ
PONUKY
UNIFIED VIEW OF OPTIMIZATION OF TRANSPORT
SUPPLY**

9

Ludmila Jánošíková - Alexander Kubáni

**DOPRAVNÁ DOSTUPNOSŤ OBCÍ
TRANSPORT ACCESSIBILITY OF VILLAGES**

16

Ondrej Bartl

**EKONOMICKY EFEKTÍVNE RIADENIE ZÁSOB
V PODMIENKACH RIZIKA
COST EFFECTIVE INVENTORY CONTROL UNDER RISK**

29

Štefan Peško

**PYRAMIDOVÁ METÓDA PRE ÚLOHU OBCHODNÉHO
CESTUJÚCEHO
THE PYRAMIDAL METHOD FOR TRAVELING
SALESMAN PROBLEM**

35

Jaroslav Janáček

**DOPRAVNO-OPTIMÁLNY ROZKLAD REGIÓNU
TRANSPORT-OPTIMAL PARTITIONING OF A REGION**

43

Július Rebo

**DISKRÉTNY PROCES ZHROMAŽDOVANIA S DVOMA
TRIEDAMI PRIORÍT
THE DISCRETE PROCESS OF STORAGE WITH TWO
PRIORITY CLASSES**

52

Róbert Tenzer

**APLIKÁCIA METÓDY MINIMALIZÁCIE MAXIMÁLNEJ
CHYBY V TRANSFORMÁCII POLYNÓMICKOU
APROXIMÁCIOU
APPLICATION OF THE MINIMALIZATION OF MAXIMAL
ERROR METHOD IN A TRANSFORMATION BY
POLYNOMIAL APPROXIMATION**

59

Daniela Ďurčanská - Ferdinand Hesek

**MATEMATICKÉ MODELOVANIE VPLYVU DIALNICE NA
ZNEČISTENIE OVZDUŠIA
MATHEMATICAL MODELLING OF THE HIGHWAY
INFLUENCE TO AIR POLLUTION**

69

Stanislav Hodas

**ŽELEZNIČNÉ VÝHYBKY - OD MERANIA PO
INFORMAČNÝ SYSTÉM
RAILROAD TURNOUTS - FROM SURVEYING TO
INFORMATION SYSTEM**

74

Vladimír Feranec

**VETERNÉ INŽINIERSTVO V 21 STOROČÍ
WIND ENGINEERING IN THE 21ST CENTURY**

84

Petr Cenek

**PROBLÉMY A METÓDY RIADENIA DOPRAVNÝCH
SYSTÉMOV
PROBLEMS AND METHODS OF CONTROL IN
TRANSPORTATION SYSTEMS**

91

Anthony Wren

**PRÍSPEVOK INFORMAČNÝCH TECHNOLOGIÍ K
EFEKTÍVNEMU RIADENIU DOPRAVY
THE CONTRIBUTIONS TO EFFICIENT TRANSPORT
MANAGEMENT**

95

Radek Novák

**RIADENIE PROGRAMU VÝVOJA DOPRAVNEJ
INFRAŠTRUKTÚRY V ČESKEJ REPUBLIKE
MANAGEMENT OF THE TRANSPORT INFRASTRUCTURE
DEVELOPMENT PROGRAMME IN THE CZECH REPUBLIC**

100

Jaroslav Král

**PROFIL NAJLEPŠEJ SVETOVEJ LOGISTICKEJ PRAXE
PROFILE OF THE BEST WORLD LOGISTICS PRACTICE**

Jan Černý *

JEDNOTNÝ POHĽAD NA OPTIMALIZÁCIU DOPRAVNEJ PONUKY

UNIFIED VIEW OF OPTIMIZATION OF TRANSPORT SUPPLY

Článok uvádza tzv. problém optimálnej dopravnej ponuky, ktorý možno všeobecne formulovať ako optimálne pokryť požiadavky. Tieto môžu mať veľmi odlišný charakter (napr. dodávanie tovaru, pokrývanie dopravných požiadaviek atď.). Napriek veľkej variabilite reálnych problémov optimálnej ponuky všetky tieto problémy majú niekoľko spoločných vlastností. Pre uvedený problém formuluje spojitý a diskretný model, poukazuje na ich spoločnú štruktúru a ukazuje, ako riešiť príslušné matematické problémy.

The paper presents so called transport supply optimization problem, which can be generally formulated as to find an optimum covering of demand. The types of supply can be very different (as goods-supply, transport-supply etc). In spite of variability of real supply optimization problems they have several common properties. For the presented problem it formulates continuous and discrete model, shows that both models have similar structure and presents solutions of corresponding mathematical problems.

1. Introduction

The supply optimization problems in transport management are very frequent. Somebody optimizes delivery of goods, another deals with public transport and a third considers the street network for cars. Once we speak about flows of demand elements, and at another time we see batches of them. Somewhere they optimize routes and stops (i.e. the space layout) and somewhere else, the time tables. The individual optimization problems usually differ very strongly one from to another. The main purpose of this paper is to present a unified form or structure of such a problem. Of course, it will not be universal, but there is a hope that it will cover a significant part of the transport-supply optimization problems.

However, a unified structure of problems does not imply unified methods of solution. The second purpose of this paper is to inspire colleagues to try to create new methods from the unified structure of the problem.

Transport supply is a response to the given transport demand. The demand can be modelled continuously or discretely.

1.1. For the given period, e.g. the morning peak, a *continuous demand* can be expressed by an O-D-matrix of flows $F = (f_{ij})$ where f_{ij} represents the flow from the zone (or its centroid) i to another one j . Suppose a network $G = (V, A, c, l)$ is given, where V is the set of vertices, A is the set of (oriented) arcs, $c(a)$ is the transition capacity of the arc a and $l(a)$ is the length of a . An assignment of F to G (more precisely: to the set of all paths on the network G) can be obtained by some of well-known procedures (if it exists, of course). Then the continuous demand can be represented by a set of paths P on G , each path p having a size $f(p)$. To an O-D-pair i, j there corresponds a set of paths P_{ij} (containing one or more elements), which covers the demand F in the sense that

$$f(a) = \sum_{p \in P} f(p) \leq c(a) \quad f_{ij} = \sum_{p \in P_{ij}} f(p)$$

These formulae mean that

- no arc capacity is exceeded
- each demand element belonging to the flow f_{ij} passes from i to j through G using exactly one path $p \in P$

We can look at the O-D-matrix F , the network G and the set of paths P from two points of view:

- P is the same demand as F , represented on the given network G
- G is the supply reflecting the demand F , P represents the "portion" of G assigned to F .

We meet the case b) observing flows of cars on roads: the road network G is the supply corresponding to the demand F . In the case of flows of urban transport passengers, we meet a): the set P on the network G represents only another representation of the same demand. The form of the corresponding supply will be described in the sequel.

Remark. Till now we have mentioned two forms of demand models: O-D-matrices or sets of paths on the networks (derived from the previous one). In some cases we can proceed further by the partition-aggregation approach: 1. to part each $p = a_1, \dots, a_k \in P$ into elementary paths p_1 on $a_1, \dots, p_k$ on a_k , each one with the size $f(p)$ and 2. to aggregate all elementary paths on the same arc. Then we obtain a set $\bar{P}$ such that each $\bar{p} \in \bar{P}$ equals to some arc

$a \in A$ and the following formula holds: $f(\bar{p}) = \sum_{p \in P} f(p)$. In the

sequel, we shall briefly say that $\bar{P}$ is another form of the same demand as F or P .

* Prof. RNDr. Jan Černý, DrSc.

Faculty of Management Jindřichův Hradec, University of Economics Prague

1.2. While continuous demand model deals with streams (flows) of transport elements (cars, passengers, etc), the *discrete demand* deals with *batches* (a batch = a group of transport elements moving together from the beginning of its trip to the end). A batch is represented by a quintuple $b = (o_b, d_b, t_b, a_b, n_b)$ where o_b is the origin, d_b the destination, t_b the departure time from the origin, a_b the arrival time to the destination and n_b the number of elements of the batch b . A demand is determined by a set of batches B . Of course, we suppose $o_b, d_b \in V$ where V is a given set of vertices of a given network G .

Similar to 1.1, we can suppose a network $G = (V, A, c, l)$ to be given, where V is the set of vertices, A is the set of arcs, $c(a)$ is the transition capacity of the arc a and $l(a)$ is the length of a . However, G is not sufficient mathematical structure for the set B to be assigned to. We have an important difference between the set of flows F and the set of batches B . The flows are constant during the whole time period we consider and thus each one is determined by its origin, destination and size. On the contrary these data are not sufficient to determine a batch. We need to add the departure and arrival times, usually taken from the time set $T = [0, 1, \dots, 1339]$, which represents each minute during 24 hours. Then the suitable structure for the assignment of B will be the *time-space graph* $GT = (V \times T, A')$ where $((v_1, t_1), (v_2, t_2)) \in A'$ if $(v_1, v_2) \in A$ and $t_2 - t_1 \equiv l(v_1, v_2)/s$, s is a speed of a batch if transported from v_1 to v_2 . An *assignment* of B to GT can be obtained by some of well-known procedures. A problem can occur in applying capacity constraints. For instance, it can be formulated as follows: For $a = (v, w)$ $c(a)$ means the number of unit elements, transportable through the vertex v to w during one hour (60 minutes). Thus if a batch b containing n_b elements is assigned to pass through v into a at the time t , the next batch is allowed to pass there no sooner than at time $t + 60n_b/c(a)$. After such an assignment a discrete demand can be represented by a set of paths P on GT .

Similar to 1.1, we can look at the set B , the network G and the set of paths P from two points of view:

- P is the same demand as B , represented on the given network GT
- G is the supply reflecting the demand B , P represents the "portion" of GT assigned to B .

Compared with 1.1 our experience shows that the alternative b) is very rare in practice. Hence, if speaking about discrete demand, we shall suppose it is given either by a set of batches B , or by a set of paths P on the space-time graph GT .

Both cases 1.1a) and 1.2a) deal with the situation where the demand can be characterized either by

- a set of demand elements F resp. B or
- a set of paths P on a graph G resp. GT .

In regard to concerns about supply, we have already presented one form of its description in 1.1b) and 1.2b). The corresponding optimization problem can be formulated in the following way: To find "the cheapest" graph G which enables the assignment of the given demand $F(B)$. Of course, the words "to find" and "the

cheapest" ought to be said more precisely but we shall not do it. The problem is frequently studied in the traffic engineering bibliography. We shall concentrate our attention to the optimization of supply in the case a).

The application of the partition aggregation approach to the discrete demand needs some modification. One has to consider that the aggregation of two elementary paths on the same arc $((a_1, t_1), (a_2, t_2))$ is quite natural but what about the situation when one of them is on the arc $((a_1, t_1), (a_2, t_2))$ and the other one on $((a_1, t_1 + 1), (a_2, t_2 + 1))$? May we aggregate them? And what to do when 2 or -1 is instead of 1? What border ϵ to choose for such an ϵ -aggregation? And what to do if an elementary path can be $((a_1, t_1), (a_2, t_2))$ ϵ -aggregated to the left and to the right as well? In [3] one can see the complexity of such aggregation.

Both in 1.1 and 1.2 it is quite natural to adopt the following approach: If the demand is specified by a set P resp. $\bar{P}$ of paths on the graph G or GT respectively, the *supply* ought to be described by the same way, i.e. as another set of paths Q resp. $\bar{Q}$ on the same graph. How to formulate the optimization problem and how to solve it? The answers are in the next parts.

2. Optimization problem in the continuous model

Suppose the demand is described like in 1.1. Let R be available rolling stock, i.e. let each $r \in R$ represent a vehicle with the capacity $c(r)$. Let $Q(R) = \{q(r) : r \in R\}$ be a set of closed paths (=circles) on the network G . Then we can say $Q(R)$ a *continuous supply* generated by the rolling stock R on the network G . We shall suppose the continuous supply to be realized in the following way:

We suppose a vehicle $r \in R$ moves periodically on the path $q(r)$ with the period $t(q(r))$ = the duration of the minimum operation cycle of the vehicle r on $q(r)$ (in minutes), containing the necessary running and manipulation times. Doing this, the vehicle supplies the dynamic capacity (briefly d-capacity) $c(q(r)) = 60c(r)/t(q(r))$ on the path $q(r)$, i.e. it can (fully) satisfy an assigned demand not exceeding $c(q(r))$ on any arc belonging to $q(r)$. Regarding to it we can formulate the following problem:

2A) *The FQ-Continuous supply optimization problem.* Let F be a demand, let $Q(R)$ be a class of all possible sets $Q(R)$ on the network G and let $w_F(Q)$ be an objective function on $Q(R)$. The goal is to find a supply $Q(R) \in Q(R)$ minimizing the value $w_F(Q(R))$.

In the prevalent cases a "man-machine" approach is adopted in the solution of this problem. The man chooses $Q(R)$ and the machine calculates the value $w_F(Q(R))$. One can ask why such a "primitive" approach is prevalent in solutions of the problems mentioned above. Why another more sophisticated approach is not used instead. The reason is in the fact that the "satisfaction level" of F by Q (or G) is calculated by means of the assignment and it is difficult to introduce it into some more sophisticated optimization model. But a way exists to overcome this obstacle, especially in the cases 1.1a), 1.2a):

I. Neglecting any constraint concerning limited rolling stock or finances to find an “ideal” assignment of the demand F to the set of all paths on the network G . To denote the set of paths assigned to F by P . To consider P the new representation of the same demand is F .

II. To find the “best approximation” of the set P in the class $Q(R)$.

From this moment we shall concentrate on step II., because step I is “classic” and well-known. The “best approximation” will be expressed by an objective function (a “distance” function).

2B) *The PQ-continuous supply optimization problem.* Let $m(P, Q)$ be a non-negative objective function on the pairs P, Q of demand and supply, respectively. Then the problem can be formulated as follows:

Given network G and demand P on it. Given a rolling stock R . To find a supply $Q = Q(R) \in Q(R)$ minimizing the value $m(P, Q)$.

We can see that no constraints are contained in this formulation. The idea is that a violation of a constraint can be expressed by an increase of the value of the objective function m .

Naturally, an alternative formulation can be reached using constraints separately, not included in m . Let the constraints be $m_i(P, Q)$, $i = 1, \dots, n$. Then the problem can be formulated as follows:

Given a network G and a demand P on it. Given a rolling stock R . To find a supply $Q = Q(R) \in Q(R)$ fulfilling the constraints $m_i(P, Q)$, $i = 1, \dots, n$ and minimizing the value $m(P, Q)$.

2C) *The $\bar{P}Q$ -continuous supply optimization problem.* This problem can be formulated equally as in 2B. We only take into account that the “input” set $\bar{P}$ contains one-arc-path only.

Example. In practice, we can meet a continuous supply optimization problem, e.g. in urban bus transport. Bus routes correspond to paths on the urban street network. Usually, more than one vehicle operates on the same line, i.e. for the route i there exists a set of buses $R_i \subset R$ assigned to the route i and consequently $q(r) = i$ for each $r \in R_i$. Then we can define the d-capacity of the route i as

$$c(i) = \sum_{r \in R_i} c(q(r)).$$

The “classic” constraint is that each passenger must have a possibility to be transported, i.e. for each $f_{ij} > 0$ there must exist a path $p = a_1, \dots, a_k$ such that each arc a_h belongs to some $q(r)$. Of course, we have to remember that the given rolling stock R (i.e. the limited number of available buses) has another constraint as well.

The “classic” objective function is

- either the average travel speed of a passenger (to be maximized)
- or the maximum overloading of the bus (to be minimized).

The disadvantage of average travel speed consists of the fact that the solution of the problem has to determine the number of buses x_q assigned to the route q . The constraint on the number of buses contains it in the linear form (“in the numerator”), but the speed of the (buses changing) passengers is derived from their travel times on individual routes and the expression of the travel time contains x_q in the denominator. Hence one cannot avoid the use of non linear programming. On the other hand the maximum overloading can be expressed by the minimum ratio of supply and demand on the individual arcs and there x_q is in the numerator and one can use linear programming which is much more simple than the non linear one.

3. Optimization problem in the discrete model

Suppose the demand is described like in 1.2. We shall proceed similarly as in 2. Let R be a rolling stock, i.e. let each $r \in R$ represent a vehicle with the capacity $c(r)$. Let $Q(R) = \{q(r): r \in R\}$ be a set of paths (now we don’t require that they are closed) on the time-space graph GT and let $Q(R)$ be the set of all possible sets $Q(R)$. Then we can call $Q(R)$ a *discrete supply* generated by the rolling stock R on the network G . In contrast to the continuous one, the discrete supply consists of the paths $q(r)$ passed by a vehicle only once, without any repetition. Hence the concept of d-capacity is not necessary to be introduced. The capacity of $q(r)$ equals to the one of r in this case and it must be considered in the assignment of the demand batches b to the supply vehicle trips $q(r)$.

The objective functions w_B and m can be introduced similarly as in 2 and the discrete supply optimization problems 3A, 3B and 3C can be formulated similarly as the continuous ones in 2 as well. Of course, GT is put instead of G .

Example. In practice, we can meet this problem e.g. in regional (rural) bus transport. Bus journeys correspond to paths on the time-space graph, generated by a road network. A path determined by a concatenation of paths corresponding to individual journeys and paths corresponding to idle movements represents a bus daily duty.

4. Solutions of the optimization problems

Both continuous and discrete supply-optimization problems have similar mathematical structure: Let G be a digraph, let $F(B)$, P or $\bar{P}$ be a demand on it. Let Q be a class of admissible sets of paths on $G(GT)$ and let $w_F(w_B)$ or $m(P, Q)$ be a “distance” function. The problem is to find such $Q \in Q$ that $w_F(Q)(w_B(Q))$ or $m(P, Q)$ is minimum.

Since the set $P(\bar{P})$ is given, we can denote $m_P(Q) = m(P, Q)$, more simply $m(Q) = m(P, Q)$. (or the same for $\bar{P}$).

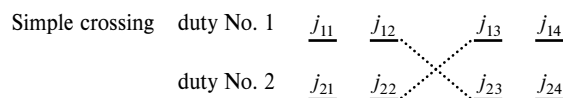
The spectrum of different models and methods solving particular types of problems is very rich and it is impossible to mention

them all. We have chosen some considering they can properly complete the content of the paper.

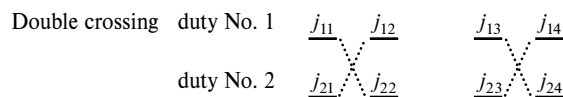
4.1. Local optimization. In fact, it is a modification of a man-machine evaluation of possible solutions. The difference is the replacement of a man by a machine. The computer starts with an initial solution, evaluates it and then looks for a better solution among the “neighbouring” solutions. Several metaheuristics are available for this process: tabu search, simulated annealing, genetic algorithms.

Example 1. Multiple Travelling Salesman Problem. This problem can be met in practice very often. We can mention bread or newspapers delivery, litter or fresh fruit collection, etc. If the problem has a low size, linear programming can solve it. If it is more extensive it needs to be solved by a heuristic method. Even the classic Clarke & Wright one is of the local-optimization type. It starts with the set of direct to-and-from paths and afterwards it looks for the best improvement of the topical solution by combining a pair of paths into a new one.

Example 2. Bus daily duties optimization. This problem is usually solved by other types of methods (see e. g. [1], [5]). But sometimes, the final result is not fully satisfactory, e.g. because of the fact that some constraints have not been introduced into the basic formulation because of the inability of used methods to take it into account. Then a local optimization can be adopted. It consists of the crossing of two duties. We can illustrate it graphically:

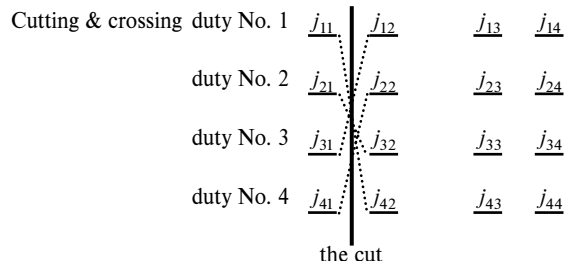


In the starting solution the duty No. 1 consists of the journeys j_{11} the duty No. 1 consists of the journeys j_{11} – the duty No. 1 consists of the journeys $j_{11}, j_{12}, j_{13}, j_{14}$, the duty No. 2 consists of the journeys $j_{21}, j_{22}, j_{23}, j_{24}$. After the simple crossing the new duty No. 1. consists of the journeys $j_{11}, j_{12}, j_{23}, j_{24}$ and the new duty No. 2. consists of the journeys $j_{21}, j_{22}, j_{13}, j_{14}$.



After the double crossing the new duty No. 1. consists of the journeys $j_{11}, j_{22}, j_{23}, j_{14}$ and the new duty No. 2. consists of the journeys $j_{21}, j_{12}, j_{13}, j_{24}$.

4.2. Cutting & Crossing. This method is due to S. Palúch. He has informed me privately, no paper on it is known. The idea is the following:



The cut divided all (divisible in that time) duties into the first and the second parts (heads and tails). They form a bipartite graph. Then the cheapest matching problem is solved, and the heads are connected with the tails determined by the matching. In our example the new tail for the duty No. 1 is the fourth one, etc.

This method is applicable mainly in the case of the separability of objective functions. The function $m(Q)$ is said *separable* if

$$m(Q) = \sum_{q \in Q} m(q) \text{ where } q \text{ denotes an individual duty. It is true e. g.}$$

if the value $m(q)$ expresses a combination of penalties for idle movements, minimum necessary size of vehicle, lack of driver's rest, etc.

4.3. Choice from the wider set Q_0 . Suppose again a man-machine cooperation. A man creates a set, which contains many times more paths than is expected to be in the solution set Q . A computer chooses the paths q from Q_0 by a binary variable using linear or non-linear programming minimizing the value of the objective function. Then $Q = \{q \in Q_0: x_q = 1\}$.

Example. Optimal bus routing and frequencing. This approach is due to Erlander and Schéele [4]. They used travel speed as the objective function; therefore, they had to use non-linear programming. On the other hand, in [2] minimum supply-demand ratio objective function was adopted which enables use of linear programming.

4.4. Hopes for the future. The author hopes that new methods (heuristic and maybe even exact) could arise after a development of the theory of minimization of functions on the classes Q of the sets Q of paths on the networks.

The work was partially supported by the grant of Czech Grant Agency No. 103/00/0443 and the grant of Czech Ministry of Education, Youth and Sport No. VS96063

Literatúra - References

- [1] BODIN, L., GOLDEN, B., ASSAD, A.-BALL, M.: *Scheduling of vehicles and crews*. Pergamon Press, Oxford 1983.
- [2] ČERNÝ, J., ČERNÁ, A.: *Linear Optimization of Urban Bus Routes and Frequencies*. Czechoslovak J. for Operations Res. 1(1992, printed 1993), No.3, 207-217.

- [3] ČERNÝ, J., PŘIBYL, V.: *Optimalizace nabídky dávkových služeb síťového systému*. Sb. worksh. "Multidisciplinární přístupy k podpoře rozhodování v ekonomii a v managementu". J. Hradec, listopad 1997, 63-66
- [4] ERLANDER, S., SCHÉELE, S.: *Mathematical programming model for bus traffic in a network*. Tr. Transportation and Traffic Theory (ed. Buckley), Reed, Sydney, 1974.
- [5] PALÚCH, S.: *Optimization of vehicle scheduling in the rural bus transport (in Slovak)*. Thesis. Management Faculty, University of Žilina, Slovakia, May 1993.

Ludmila Jánošíková - Alexander Kubáni *

DOPRAVNÁ DOSTUPNOSŤ OBCÍ

TRANSPORT ACCESSIBILITY OF VILLAGES

V príspevku popisujeme model pre posudzovanie kvality hromadnej osobnej dopravy v územnosprávnom celku z hľadiska časovej dostupnosti obcí. Za modelované územie sme zvolili Žilinský kraj. Brali sme do úvahy kombinovanú cestnú a železničnú dopravu. Dostupnosť sme posudzovali v závislosti od troch kategórií cestujúcich: nepravidelne cestujúci, pracujúci a študenti. Výsledky boli vyhodnotené pomocou geografického informačného systému.

1. Úvod

V príspevku popisujeme model pre posudzovanie kvality hromadnej osobnej dopravy v územnosprávnom celku z hľadiska časovej dostupnosti obcí. Za modelované územie sme zvolili Žilinský kraj. Príspevok je zameraný na hromadnú osobnú dopravu, ktorá má napriek rastu individuálnej dopravy stále väčšinový podiel na osobnej doprave a je v záujme ochrany životného prostredia, aby sa tento pomer zachoval.

Kvalitu hromadnej osobnej dopravy možno posudzovať podľa rôznych kritérií, ako sú rýchlosť, bezpečnosť, spoľahlivosť, cena, vzdialenosť ku miestu poskytnutia služby (na najbližšiu autobusovú alebo železničnú zastávku), informovanosť, možnosť voľby medzi autobusovou a železničnou dopravou [2, 4]. V príspevku posudzujeme kvalitu hromadnej osobnej dopravy z hľadiska rýchlosti. Toto kritérium možno vyjadriť vo forme časovej dostupnosti obcí [1]. Časová dostupnosť obce je časové vyjadrenie odporu, ktorý musia obyvatelia obce prekonať pri cestovaní do centier ich aktivity. Centrami aktivity sú mestá, do ktorých ľudia dochádzajú za prácou a do škôl, ako aj administratívne centrá (krajské mesto a okresné mestá), ktoré sú sídlami dôležitých inštitúcií (úradov, súdov, polície) a zdravotníckych zariadení.

2. Metóda riešenia

2.1 Ťažisko centra a ťažisko obce

Zistiť časovú dostupnosť obce znamená vyhľadať v cestovnom poriadku autobusovej a železničnej dopravy najrýchlejšie spojenie, ktoré umožňuje v danom časovom intervale dopravu do centra dochádzky. Pretože v každom centre a vo väčšine obcí je viacero autobusových a neraz aj železničných zastávok, musíme najprv

This paper deals with a method for quality analysis of mass transport in a region. Time accessibility of villages was chosen as a quality criterion. The region of Žilina was examined. The combination of bus and train transport was taken into account. Accessibility was examined in dependence on three categories of passengers: irregular passengers, working people and students. The results were analysed using a geographic information system.

1. Introduction

This paper deals with a model for evaluation of mass transport services quality in a region. The region of Žilina is examined. The paper is concerned with mass transport, which still plays the main role in personal transport in spite of individual transport growing, and it is on behalf of environment to preserve this proportion.

Quality of mass transport can be regarded from various points of view such as speed, safety, reliability, cost, distance to the place of service (to the nearest bus or railway station), information availability and possibility of choice between bus and railway transport [2, 4]. In this paper we evaluate quality of mass transport in terms of speed. This criterion can be expressed in the form of time accessibility of villages [1]. Time accessibility of a village is the resistance (measured in time units) to move between a village and an activity centre. Activity centres are cities where people travel for work and to schools as well as administration centres, i.e. centres of regions and districts where important institutions (like police, offices, courts and hospitals) reside.

2. The solution method

2.1 Reference points of centres and villages

To compute time accessibility of a village, the shortest connection between the village and the centre in a particular time period has to be found out in a bus or railway timetable. Since there are several bus stops and maybe several railway stations in a centre and in most villages, we have to determine which bus stop and

* Ing. Ludmila Jánošíková, CSc., Ing. Alexander Kubáni

Department of Transport Networks, Faculty of Management Science and Informatics, University of Žilina
e-mail: janošik@frdsa.fri.utc.sk

určiť, ktorá autobusová a železničná zastávka bude považovaná za ťažisko centra a obce.

Ťažiská centier sa určujú na začiatku a zostávajú nezmenené vo všetkých výpočtoch. Pri hľadaní spojenia z obce do centra je ťažisko centra cieľovou zastávkou, pri hľadaní späť do obce je ťažisko centra východiskovou zastávkou. Ťažiskom centra pre železničnú dopravu je hlavná železničná stanica v meste (ak existuje). V autobusovej doprave je situácia zložitejšia, lebo autobusových zastávok je v meste viac a musíme z nich vybrať tú, ktorá je najviac využívaná, resp. je v strede mesta. Pretože nemáme údaje o tom, koľko cestujúcich denne využíva jednotlivé zastávky, určíme ťažisko centra podľa nasledujúceho pravidla: za ťažisko považujeme zastávku, v názve ktorej sa vyskytuje „autobusová stanica“, alebo zastávku, v názve ktorej sa vyskytuje „železničná stanica“ a podľa mapy je železničná stanica v centre mesta, alebo je ťažiskom zastávka, ktorá sa podľa názvu nachádza pri významnom objekte centra, napr. obecný úrad.

Ťažisko obce sa určí až po vyhľadání spojení zo všetkých zastávok obce. Hoci sa príspevok zaoberá len časovou dostupnosťou, vznikol ako súčasť širšej analýzy, pri ktorej sa posudzovala aj cena dopravy. Preto sa pri výbere ťažiska obce berie do úvahy časová aj cenová dostupnosť. Najprv sa vypočíta aritmetický priemer časov najrýchlejších spojení z každej zastávky obce do ťažiska centra. Vypočíta sa tiež aritmetický priemer cien týchto spojení. Za ťažisko sa potom považuje zastávka Z, ktorá je z hľadiska času a ceny najbližšie k týmto priemerom, t. j. zastávka s najmenšou hodnotou výrazu:

$$\sqrt{(\text{priemerný_čas} - \text{čas}(Z))^2 + (\text{priemerná_cena} - \text{cena}(Z))^2}$$

2.2 Vyhľadanie spojenia v kombinovanej doprave

Dostupnosť sme vyšetrovali zvlášť pre autobusovú dopravu, zvlášť pre železničnú dopravu a potom aj s použitím kombinovaného spojenia. Spojenia sme vyhľadávali v elektronických cestovných poriadkoch pomocou knižnice funkcií zakúpenej od spoločnosti INPROP Žilina. Bohužiaľ, táto knižnica zatiaľ neumožňuje vyhľadávať kombinované spojenia, preto sme museli sami navrhnúť postup, ako tieto spojenia vyhľadávať.

Najprv treba určiť dvojice zastávok autobusová – železničná, medzi ktorými je možný prestup. To znamená, že v zozname autobusových zastávok musíme určiť zastávky, ktoré sú v blízkosti železničnej stanice. Vychádzame opäť z názvu autobusovej zastávky. Ak sa v názve vyskytuje výraz „železničná stanica“ alebo „železničná zastávka“, vytvoríme prepojenie medzi touto autobusovou zastávkou a príslušnou železničnou zastávkou v obci. Ak sa nepodarí prestupnú autobusovú zastávku identifikovať podľa názvu a napriek tomu vieme, že v obci je železničná stanica, môžeme ešte overiť, či v autobusovom cestovnom poriadku nie je pri niektorej zastávke vyznačený prestup na železničnú dopravu. V krajnom prípade sa spoľahneme na vlastnú skúsenosť alebo odhad.

Vyhľadanie kombinovaného spojenia cez všetky možné prestupné zastávky by trvalo neúmerne dlho, preto si dopredu stanovíme pre každú autobusovú aj železničnú zastávku tzv. kandidátov

railway station will be regarded as a reference point of the centre and the village, respectively.

Reference points are determined at the beginning and kept unchanged during the accessibility computations. A centre's reference point is the destination of connections from villages, and the origin of connections from the centre to villages. The centre's reference point for railway transport is the central railway station in the city (if there is one). The situation in bus transport is more complicated, since there are several bus stops in the city, and we have to choose the one that is most frequently used or that is in the city centre. Since information regarding the number of passengers using a particular stop is not available, a reference point of the centre is defined according to the following rules. The reference point is a stop, which name contains "bus station", or a stop which name contains "railway station" and the railway station is situated in the city centre, or a stop near an important institution, e.g. a municipal corporation.

A village reference point is determined after connections from all stops of the village have been found. Although the paper deals with time accessibility only, it originates in a broader analysis regarding transport cost as well. Therefore, time and cost is taken into account when the reference point of the village is chosen. First, an average of the shortest connection times from all stops in the village to the centre is computed. An average cost of these connections is computed as well. The reference point is then bus stop Z, which is the closest one to these averages. It is the stop with the minimal value of the following term:

$$\sqrt{(\text{average_time} - \text{time}(Z))^2 + (\text{average_cost} - \text{cost}(Z))^2}$$

2.2 A procedure for finding out a combined connection

Accessibility was examined for bus and railway transport, separately, and then as combined transport. Connections were found in the electronic timetables using the library purchased from the company INPROP Žilina. Unfortunately, this library does not assist in finding a combined connection. Therefore, we had to propose our own procedure.

First, the couplings of bus stop and railway station have to be defined allowing the change of transport. This means we have to determine a bus stop near railway station. We came up with the name of the bus stop. If the name contains the term "railway station" or "railway stop," we make an interconnection between this bus stop and the corresponding railway station. Even if we cannot identify junction this way, we still know that there is a railway station in the village, and we can check if a bus timetable indicates the possibility of change. In an extreme case we rely on our experience or estimate.

Finding out a combined connection through all junctions would take too long. Therefore, candidates for a combined connection are computed for every bus stop and railway station. The candidate is a sequence of junctions. The lower bound of combi-

na kombinované spojenie. Kandidátom budeme rozumieť postupnosť prestupných zastávok, pre ktoré platí, že dolný odhad doby spojenia cez tieto zastávky je lepší než doba spojenia len tým druhom dopravy, ku ktorému patrí počiatočná zastávka. Dolný odhad určíme ako súčet časov najrýchlejších spojení z počiatočnej zastávky do prvej prestupnej zastávky, medzi prestupnými zastávkami navzájom a z poslednej prestupnej zastávky do cieľovej zastávky plus čas potrebný na prestupy. Neberieme pritom do úvahy časovú nadväznosť spojov. Dobu potrebnú na prestup sme stanovili jednotne pre všetky dvojice prestupných zastávok na 10 minút. Pri hľadaní reálneho spojenia v danom časovom intervale potom testujeme len zapamätaných kandidátov.

2.3 Kategórie cestujúcich

Podľa účelu cesty môžeme cestujúcich rozdeliť do troch kategórií:

1. nepravidelne cestujúci – cestujú za účelom vybavenia úradných záležitostí alebo návštevy zdravotníckeho zariadenia;
2. pracujúci – dochádzajú denne do práce;
3. študenti, ktorí denne dochádzajú do stredných a vysokých škôl.

Každá kategória cestujúcich požaduje poskytnutie prepravnej služby v inom časovom intervale. Určíme ho na základe analýzy začiatkov a koncov pracovnej doby, vyučovania, úradných hodín a ordinačných hodín v zdravotníckych zariadeniach.

U nepravidelne cestujúcich sme za centrá dochádzky považovali krajské mesto a okresné mesto, t. j. administratívne centrá, v ktorých sídlia úrady, súdy, polícia, nemocnice. Dostupnosť sme vyšetrovali v čase 7.00 – 9.00 h pre príchod do centra a 12.00 – 14.00 h pre odchod z centra.

Pri stanovení centier dochádzky pre pracujúcich a študentov sme vychádzali zo štatistických údajov z roku 1998 o počte dochádzajúcich obyvateľov do jednotlivých miest. U pracujúcich sme za centrá dochádzky považovali:

- mestá v okrese, v ktorom sa obec nachádza, z ktorých počet dochádzajúcich ekonomicky aktívnych obyvateľov je aspoň 1000,
- mestá v susedných okresoch, kde počet dochádzajúcich pracujúcich prekračuje 2000.

Pre príchod do centra dochádzky sme uvažovali časový interval 5.00 – 7.00 h, pre odchod 14.00 – 16.00 h.

U študentov sme za centrá dochádzky považovali

- mestá v okrese, kde počet dochádzajúcich študentov dosahuje aspoň 500,
- mestá v susedných okresoch, do ktorých dochádza aspoň 1000 študentov.

Pre príchod do centra dochádzky sme uvažovali časový interval 7.00 – 8.00 h, pre odchod 12.00 – 14.00 h.

Tab. 1 udáva prehľad centier dochádzky pre pracujúcich a študentov podľa jednotlivých okresov.

ned connection time through these junctions is better than connection time using only one kind of transport. The lower bound equates the sum of the shortest connection times from the station of origin to the first junction, times between junctions and from the last junction to the destination station plus delays for changing. Time consecution of connections is not taken into account. Delay for changing was set as 10 minutes for each junction. To find out a real connection in a particular time period, just the stored candidates are tested.

2.3 Categories of passengers

According to the purpose of their journey, passengers can be divided into three categories:

1. irregular passengers – they journey to arrange their office business or to attend health centre;
2. working people – they journey daily for work;
3. students – they journey daily to secondary schools and universities.

Each category of passengers requires transport service in a different time period. Important time periods can be derived from the beginning end the end of working hours, office hours and lessons at schools.

Regional capital and district towns where offices, courts, police and hospitals reside are considered as centres for irregular passengers. Time periods 7.00 – 9.00 for arrival to a centre and 12.00 – 14.00 for departure were taken into account, respectively.

The centres for working people and students were determined according to statistical data from 1998 using numbers of incoming people to particular cities. For working people these cities were considered as centres:

- cities in the district where a particular village lies and the number of incoming working people is at least 1000,
- cities in the neighbouring districts where the number of incoming working people is at least 2000.

Time periods 5.00 – 7.00 for arrival to a centre and 14.00 – 16.00 for departure were taken into account, respectively.

For students these cities were considered as centres:

- cities in the district where the number of incoming students is at least 500,
- cities in the neighbouring districts where the number of incoming students is at least 1000.

Time periods 7.00 – 8.00 for arrival to a centre and 12.00 – 14.00 for departure were taken into account, respectively.

Tab. 1 lists the centres for working people and students sorted by districts.

Centrá dochádzky pre pracujúcich a študentov
Centres for working people and students

Tab.1

District	Centres for	
	working people	students
Bytča (BY)	Bytča, Žilina	Žilina
Čadca (CA)	Čadca, Krásno nad Kysucou, Kysucké Nové Mesto, Turzovka, Žilina	Čadca, Kysucké Nové Mesto, Žilina
Dolný Kubín (DK)	Dolný Kubín, Istebné, Ružomberok	Dolný Kubín, Istebné, Ružomberok
Kysucké Nové Mesto (KM)	Kysucké Nové Mesto, Čadca, Žilina	Kysucké Nové Mesto, Čadca, Žilina
Liptovský Mikuláš (LM)	Liptovský Mikuláš, Liptovský Hrádok, Ružomberok	Liptovský Mikuláš, Liptovský Hrádok, Ružomberok
Martin (MA)	Martin, Vrútky, Ružomberok, Žilina	Martin, Vrútky, Ružomberok, Žilina
Námestovo (NA)	Námestovo, Nižná, Trstená	Námestovo
Ružomberok (RU)	Ružomberok, Liptovský Mikuláš, Dolný Kubín, Martin	Ružomberok, Liptovský Mikuláš, Dolný Kubín, Martin
Turčianske Teplice (TT)	Turčianske Teplice, Martin, Vrútky	Turčianske Teplice, Martin
Tvrdošín (TS)	Tvrdošín, Trstená, Nižná, Námestovo	Tvrdošín, Nižná, Námestovo, Dolný Kubín
Žilina (ZA)	Žilina, Martin, Vrútky	Žilina, Martin

2.4 Dostupnosť pre viac centier dochádzky

Komplexný obraz o kvalite dopravy pre danú obec a danú kategóriu cestujúcich poskytuje dostupnosť vypočítaná podľa vzťahu

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^n I_{ij} * CF_j}{\sum_{j=1}^n CF_j}$$

kde: A_i - je dostupnosť obce i , $i = 1, 2, \dots, m$

I_{ij} - je odpor, t. j. čas spojenia z obce i do centra j , $j = 1, 2, \dots, n$

CF_j - je komplexný faktor atraktivity centra j .

Dostupnosť je teda váženým aritmetickým priemerom časov spojenia, pričom význam jednotlivých časov je určený váhou - atraktivitou centra [3]. Atraktivita centier je iná pre každú kategóriu cestujúcich. U nepravidelne cestujúcich sú obidve centrá (krajské aj okresné mesto) rovnako atraktívne, preto $CF_j = 1$ pre všetky $j = 1, 2, \dots, n$. U pracujúcich je atraktivita centra daná počtom dochádzajúceho ekonomicky aktívneho obyvateľstva a u študentov počtom dochádzajúcich študentov.

3. Vyhodnotenie kvality

V rámci rozsiahlej analýzy sme skúmali každý druh dopravy zvlášť, ako aj kombinované spojenia. V tomto príspevku zhrnieme výsledky pre kombinovanú dopravu.

Vypočítané hodnoty dostupnosti sme graficky znázornili pomocou geografického informačného systému IDRISI (pozri obr. 1 až 3). Podľa vypočítaných časov môžeme obce rozdeliť do štyroch kategórií:

- obce s dostupnosťou do 40 minút - úroveň obsluhy dobrá

2.4 Accessibility for more activity centres

A complex image of quality of transport for a particular village is given by the accessibility formulation

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^n I_{ij} * CF_j}{\sum_{j=1}^n CF_j}$$

where: A_i - is accessibility of village i , $i = 1, 2, \dots, m$

I_{ij} - is resistance, i.e. time of connection from village i to centre j , $j = 1, 2, \dots, n$

CF_j - is a complex factor of attraction of centre j .

Accessibility is then a weighted arithmetic average of connection times taken as a weight factor attraction of centres [3]. Attraction of a centre is different for every category of passengers. For irregular passengers both centres (regional capital and district town) have the same attraction, hence $CF_j = 1$ for every $j = 1, 2, \dots, n$. For working people and students, attraction of a centre is given by the number of incoming working people and students, respectively.

3. Quality evaluation

In the framework of a broad analysis we investigated every kind of transport separately as well as combined transport. In this paper we present the results for combined transport.

The values of accessibility are graphed in Fig. 1 to 3 using geographic information system IDRISI. According to computed accessibility, villages can be divided into four categories:

- villages with accessibility up to 40 minutes - good service level
- villages with accessibility up to 60 minutes - satisfactory service level

- obce s dostupnosťou do 60 minút – úroveň obsluhy uspokojivá
- obce s dostupnosťou do 100 minút – úroveň obsluhy neuspokojivá
- obce s dostupnosťou nad 100 minút – úroveň obsluhy zlá.

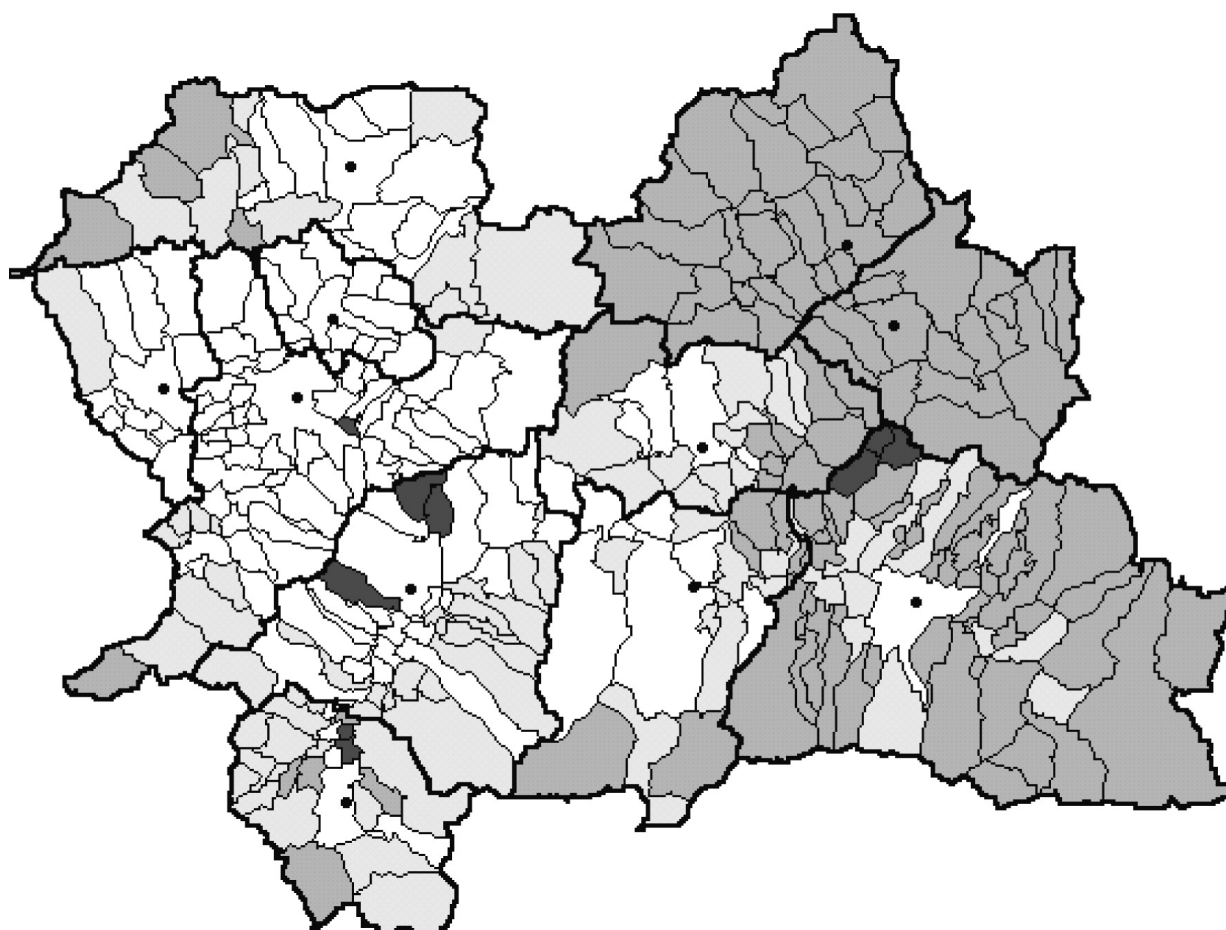
Vo výsledných mapových zostavách sú tieto kategórie znázornené odtieňmi sivej farby, od bielej po tmavosivú.

Na obr. 1 je znázornená výsledná dostupnosť obcí pre nepravidelne cestujúcich pre príchod do centra v časovom intervale 7.00 – 9.00 h. Získané výsledky poukazujú na dobrú úroveň spojenia v okresoch BY, KM, ZA a MA. Na prijateľnej úrovni sa pohybuje aj väčšina obcí v okresoch CA, RU, TT a DK. Neuspokojivé údaje sa objavujú v okrese LM. V okresoch TS a NA je úroveň dostupnosti výrazne neuspokojivá. Charakteristiky dopravy pre odchod z centra v čase 12.00 – 14.00 h sú o niečo horšie ako pre príchod. V každom okrese, okrem BY, KM a RU, sa niekoľko obcí presunulo do horšej kategórie.

- villages with accessibility up to 100 minutes – unsatisfactory service level
- villages with accessibility above 100 minutes – bad service level

In the resulting maps these categories are graphed by shades of grey from white to dark.

Accessibility of villages for irregular passengers arriving to a centre in the time period 7.00 – 9.00 is presented in Fig. 1. The results indicate a good level of connections in districts BY, KM, ZA and MA. Satisfactory level is in districts CA, RU, TT and DK. Villages on the unsatisfactory level are detected in district LM. In districts TS and NA, accessibility is on a bad level. Transport performance for departure from a centre in the time period 12.00 – 14.00 is a bit worse than for arrival. In every district except BY, KM and RU, some villages moved to a worse category.



Obr. 1. Nepravidelne cestujúci, príchod 7.00 - 9.00 h
Fig. 1. Irregular passengers, arrival at 7.00 - 9.00

V tejto kategórii cestujúcich sa na nevyhovujúcej dostupnosti obcí Oravy a horného Liptova podpísala ich veľká vzdialenosť do krajského mesta. Skúmali sme preto, či sa problémy vyriešia novým

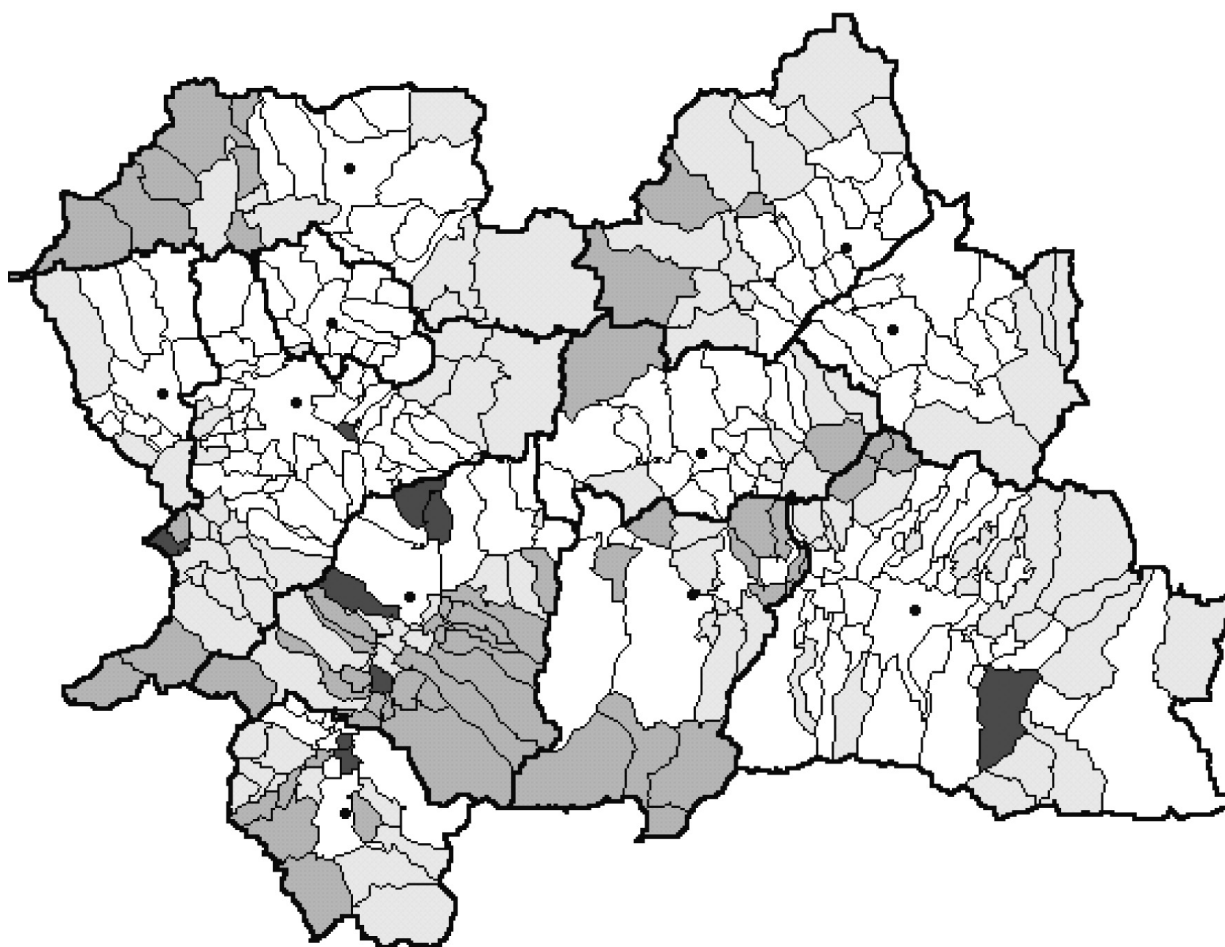
One of the reasons for unsatisfactory accessibility of villages in the area of Orava and Liptov is their large distance to the regional capital. Therefore, we investigated whether the proposed terri-

územnosprávnym členením Slovenska, podľa ktorého by okresy NA, TS, DK, MA, TT, RU a LM patrili do kraja s centrom v Ružomberku. Aj keď sme si vedomí toho, že nové územnosprávne členenie prinesie zmenu cestovných poriadkov, výsledky, ktoré sme získali za súčasného stavu, mnohé naznačujú. Predovšetkým sme zistili, že vytvorenie nového kraja s centrom v Ružomberku by zlepšilo dostupnosť obcí v okresoch DK, RU a LM. V okresoch NA, TS a TT by sa však situácia výrazne nezlepšila. Spojenie Oravy s Ružomberkom sa dá zlepšiť v autobusovej doprave, kde je k dispozícii kvalitná cesta E77 spájajúca okresy DK a TS priamo s Ružomberkom. Železničná doprava v tejto oblasti nemá veľké možnosti zlepšenia, využiť by sa dali rezervy v nadväznosti vlakov v Kľačanoch.

Na obr. 2 je znázornená výsledná dostupnosť obcí pre pracujúcich pre príchod do centra v časovom intervale 5.00 – 7.00 h. Výsledky ukázali horšiu dostupnosť obcí v západnej časti okresu CA a v južnej časti okresov MA, TT a RU. Dostupnosť pre čas odchodu z centra medzi 14.00 a 16.00 h má podobný charakter, ale neuspokojivá je aj v južnej časti okresu ZA.

tory and administrative structure of the Slovak Republic can help to solve the problem. According to the new structure, districts NA, TS, DK, MA, RU and LM are supposed to be a part of the region with the capital Ružomberok. Although we are aware that the new regional structure will cause changes in timetables, our present results are interesting. We found out that the new region with the centre in Ružomberok improves accessibility of villages in districts DK, RU and LM. However, the situations in districts NA, TS and TT are not much better. The connection between Orava and Ružomberok can be improved in bus transport where a good road (E77) connecting districts DK and TS with Ružomberok is available. Railway transport in this region does not have much possibility for improvement. Reserves in time consecution of trains in Kľačany could be exploited.

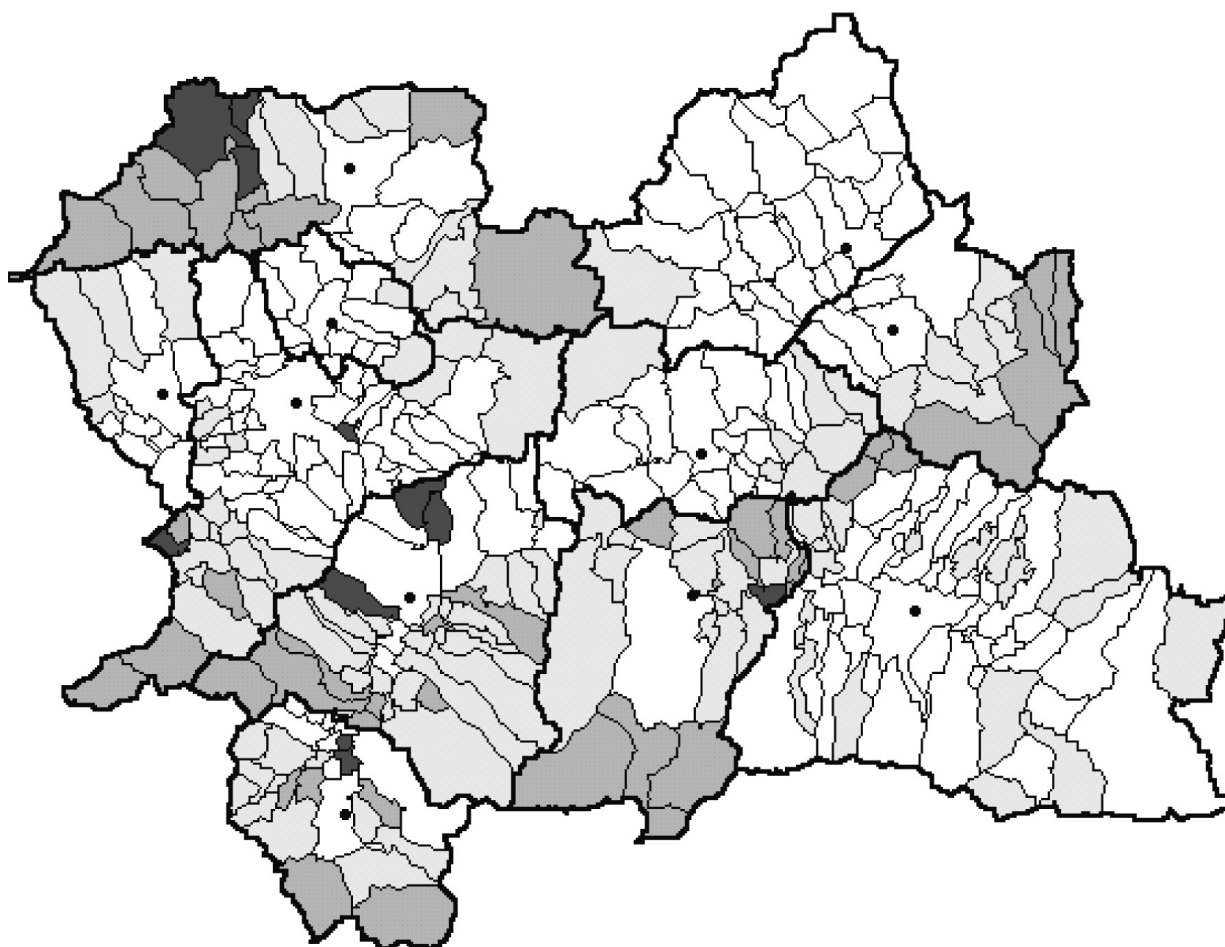
Accessibility of villages for working people arriving to a centre in the time period 5.00 – 7.00 is presented in Fig. 2. The results indicate worse accessibility of villages in the west part of district CA and in the south part of districts MA, TT and RU. Transport performance for departure from a centre in the time period 14.00 – 16.00 is similar, but unsatisfactory accessibility is also in the south part of district ZA.



Obr. 2. Pracujúci, príchod 5.00 – 7.00 h.
Fig. 2. Working people, arrival at 5.00 – 7.00

Na obr. 3 je znázornená výsledná dostupnosť obcí pre študentov pre príchod do centra v časovom intervale 7.00 – 8.00 h. Výsledky sú podobné výsledkom, ktoré boli získané pre skupinu pracujúcich. Dobrá kvalita dopravy sa potvrdila v okresoch BY, KM, DK, NA a LM. Mierne nedostatky sa prejavili na hraniciach kraja v okresoch ZA, TS, MA, TT a RU. Najhoršie obsluženým okresom je okres CA.

Accessibility of villages for students arriving to a centre in the time period 7.00 – 8.00 is presented in Fig. 3. The results are similar to those calculated for the group of working people. Transport services are of good quality in districts BY, KM, DK, NA and LM. Moderately insufficient quality is indicated along the borders of the region in districts ZA, TS, MA and RU. The worst accessibility is in district CA.



Obr. 3. Študenti, príchod 7.00 – 8.00 h
Fig. 3. Students, arrival at 7.00 – 8.00

Literatúra - References

- [1] HRNČIAR, M.: *Nové správne usporiadanie Slovenskej republiky a dostupnosť správnych centier*. In: Horizonty dopravy 4/1996. vyd. VÚD Žilina, 1996. str. 1-3
- [2] CENEK, P., HRNČIAR, M.: *Problèmes actuelles de la logistique des services en Slovaquie*. In: Studies of the Faculty of Management Science and Informatics, University of Žilina. vyd. ŽU Žilina, 1998. str. 9-16
- [3] MATIS, P., HRNČIAR, M.: *Model of accessibility for centres in Slovak republic*. In: Preprints of the 10th International Scientific Conference Communications on the Edge of the Millennium, Žilinská univerzita v Žiline. vyd. ŽU Žilina, 1998. str. 21-24
- [4] Správa výskumnej úlohy č. C519/2 „Model komunikačnej obsluhy územnosprávneho celku – kraja“, vyd. ŽU Žilina, 2000.

Ondrej Bartl *

EKONOMICKY EFEKTÍVNE RIADENIE ZÁSOB V PODMIENKACH RIZIKA

COST-EFFECTIVE INVENTORY CONTROL UNDER RISK

Zásobovacie systémy zohrávajú významnú úlohu v organizáciách výroby a služieb pri podporovaní plynulosti výroby alebo obsluhy. Vývoj v čase a prostredie rizika obvykle charakterizujú činnosť takýchto systémov. Náležité riadiace pravidlá sú potrebné pre rozhodovanie o dopĺňujúcich objednávkach. Ak stochastická dynamika vývoja systému vykazuje markovovskú vlastnosť, potom na odhalenie ekonomicky efektívnej stratégie riadenia zásob možno použiť Markovove rozhodovacie modely. V článku je predstavený jednopoložkový zásobovací systém s periodickou kontrolou v údržbárskom stredisku výrobnej alebo dopravnej organizácie, v ktorom dopytové požiadavky na náhradné komponenty tvoria Poissonov vstupný tok. Pre sekvenčné rozhodovanie o veľkostiach objednávok počas nekonečného plánovacieho horizontu je popísaný príslušný Markovov rozhodovací model s diskretným časom a konečným stavovým a riadiacim priestorom. Stredná hodnota priemerných nákladov za jednotku času (pri dlhodobom fungovaní systému) je kritériom optimality, ktoré má minimalizovať optimálna stratégia riadenia zásob.

Kľúčové slová: Markovove rozhodovacie procesy, riadenie zásob, zásobovacie systémy s periodickou kontrolou

1. Riadenie zásob

V mnohých výrobných alebo dopravných organizáciách vzniká problém určenia vhodnej stratégie zásobovania náhradnými komponentmi, aby bola zabezpečená prevádzkyschopnosť výroby či obsluhy. Stredisko technickej údržby musí mať k dispozícii primeraný počet náhradných komponentov na promptné vykonávanie opráv výrobných alebo obslužných zariadení. Pred zásobovacím dispečerom údržbárskeho strediska stojí otázka, kedy a koľko komponentov objednávať. Správna odpoveď na túto otázku môže výrazne znížiť prevádzkové náklady. Ak úroveň zásob náhradných komponentov je príliš vysoká, súvisiace skladovacie náklady (obvykle spojené s platbou úrokových sadzieb za finančné prostriedky viazané v zásobách) predražujú činnosť systému. Na druhej strane, ak je úroveň zásob príliš nízka, existuje veľké riziko nedostatku náhradných komponentov v požadovanom čase. To znamená, že v prípade výskytu poruchy výrobné či obslužné zariadenie nemožno opraviť, čo má za následok finančnú stratu z výpadku produkcie alebo obsluhy.

Inventory systems play an important role in manufacturing and service providing organisations to support fluency of production or service. Evolution in time and environment of risk usually characterise operation of such systems. Proper control rules are required for decision making on replenishment orders. If stochastic dynamics of system motion exhibits the Markovian property, then Markov decision models can be employed to reveal a cost-effective inventory control policy. A single-item periodic-review inventory system in the maintenance centre of a manufacturing or transportation organisation with a Poisson arrival stream of demand requirements for spare components is introduced in the paper. The corresponding discrete-time Markov decision model with finite state and action spaces is described for sequential decisions on order sizes over an infinite planning horizon. The long-run expected average cost per unit time is the criterion of interest to be minimised by an optimal inventory control policy.

Keywords: Markov decision processes, inventory control, periodic-review inventory systems

1. Inventory control

In many manufacturing or transportation organisations the problem arises to determine an appropriate inventory policy for spare components in order to ensure production/service operation ability. A proper number of spare components must be available in the maintenance centre of the organisation to repair production/service facilities promptly. An inventory dispatcher in the maintenance centre is confronted with the question when and how many components to order. A sophisticated answer to this question can reduce operation costs in a crucial way. If the inventory level of spare components is too high, the corresponding holding costs (usually associated with payments of interest rates for financial resources fixed in the inventory) overcharge the system operation. On the other hand, if the inventory level is too low, there is a great risk of lacking spare components in the time required. This means that in a failure-occurrence case the production/service facility cannot be repaired, which results in a financial loss due to production or service breakdown.

* Ing. Ondrej Bartl, PhD.,

Department of Special Technologies, Faculty of Management Science and Informatics, University of Žilina, Veľký diel, SK-010 26 Žilina, Slovak Republic, Tel.: +421-89-5134 133, Tel./Fax: +421-89-5254 613, E-mail: bartl@kst.fri.utc.sk

Zásobovacie systémy pôsobia v čase – sú teda dynamické. Ich vývoj je ovplyvňovaný náhodami (čas výskytu poruchy výrobného či obslužného zariadenia nemožno vopred naplánovať). V svojej podstate sú teda zásobovacie systémy stochastické. Pôsobia v prostredí rizika. Vývoj systému v podmienkach rizika odráža skutočnosť, že náhodné faktory majúce vplyv na správanie systému sú popísané nejakými (plne identifikovanými) rozdeleniami pravdepodobnosti. Ak pravdepodobnostné zákony vývoja – ktorým podlieha stochastická dynamika zásobovacích systémov – vyhovujú markovovskej vlastnosti, problém určenia vhodnej ekonomicky efektívnej zásobovacej stratégie možno formulovať ako Markovov rozhodovací problém. Vývoj systému, riadený vybranou stratégiou riadenia, je potom reprezentovaný riadeným náhodným procesom, ktorý spĺňa markovovskú vlastnosť. Taký proces – označovaný ako Markovov rozhodovací proces – má svoju budúcnosť závislú len od prítomného stavu systému a následne prijatého riadiaceho zásahu ale nie od minulej histórie vývoja systému.

Rozhodnutia o dopĺňujúcich objednávkach možno považovať za rozhodnutia o (technologických) operáciách. Sústava riadiacich pravidiel, určujúcich či a koľko náhradných komponentov objednať, je potom stratégiou pre dynamické riadenie operácií v podmienkach rizika.

Pri určovaní stratégie riadenia v stochastických dynamických systémoch treba brať do úvahy dve skutočnosti:

- vplyv aktuálnych rozhodnutí na budúce rozhodovacie situácie,
- existenciu množiny náhodných odoziev systému na riadiaci zásah.

Vzhľadom na ekonomické dôsledky riadiacich zásahov sa na porovnanie stratégií používa kritérium strednej hodnoty priemernej nákladov za jednotku času. Cieľom je nájsť stratégiu riadenia zásob minimalizujúcu hodnotu kritéria pre každú počiatočnú úroveň zásob. Teória Markovových rozhodovacích procesov môže pomôcť odhaliť takú stratégiu v prípade markovovskej dynamiky systému.

2. Zásobovací systém v stredisku údržby

Predmetom úvah je zásobovací systém v údržbárskom stredisku výrobnej alebo dopravnej organizácie, kde sa v sklade uchováva jeden typ náhradných komponentov (napr. motorov alebo riadiacich jednotiek strojov). Náhodný charakter dopytu po komponentoch je typickou črtou takého systému.

2.1 Vymedzenie zásobovacieho systému

Úroveň zásob na sklade sa vyhodnocuje v pravidelných časových okamihoch (napr. každý mesiac). Po zistení aktuálnej úrovne zásob sa prijíma riadiace rozhodnutie o dopĺňujúcej objednávke náhradných komponentov. Časové okamihy, kedy sa zisťuje stav zásob a následne prijíma rozhodnutie o riadiacom zásahu, sa nazývajú okamihmi rozhodovania. Časové intervaly medzi po sebe nasledujúcimi okamihmi rozhodovania sú tzv. intervaly kontroly alebo etapy s rovnakou dĺžkou trvajúcou jednu časovú jednotku.

Inventory systems act in time – hence, they are dynamic. Their evolution is influenced by hazards (the occurrence time of a production/service facility failure cannot be planned beforehand). Thus, in nature inventory systems are stochastic. They act in an environment of risk. System evolution under risk reflects a fact that random factors, having their impact on the system behaviour, are described by some (fully identified) probability distributions. If probabilistic laws of motion – which underlie stochastic dynamics of inventory systems – follow the Markovian property, the problem to determine an appropriate cost-effective inventory policy can be formulated as a Markov decision problem. A controlled random process that satisfies the Markovian property then represents evolution of the system, directed by a control policy chosen. Such a process – referred to as the Markov decision process – has its future dependent only on the present state of the system and a subsequent control action taken, but not on the past history of the system motion.

Decisions on replenishment orders can be regarded as decisions on (technological) operations. The set of control rules, specifying whether or not and how many spare components to order, is then a policy for dynamic operations management under risk.

When determining a control policy in stochastic dynamic systems, two facts must be taken into account:

- the impact of current decisions on future decision making situations,
- the existence of a set of random responses of the system to a control action.

Due to economic consequences of control actions the criterion of the expected average cost per unit time is taken to compare policies. The objective is to find an inventory control policy minimising the criterion value for each initial inventory position. The theory of Markov decision processes can help to reveal such a policy in the case of the Markovian system dynamics.

2. An inventory system in a maintenance centre

An inventory system in the maintenance centre of a manufacturing or transportation organisation is considered, where one type of spare components (e.g. engines or control units of machines) is held in stock. Random nature of demand for components is a typical feature of such a system.

2.1 The inventory system specification

The inventory level in stock is reviewed at regular points of time (e.g. each month). After observing the current inventory position a control decision on the replenishment order of spare components is made. Time points, when the inventory position is reviewed and a subsequent decision on the control action is taken, are decision epochs. Time intervals between consecutive decision epochs are so called review intervals or stages with the same duration of unit time. Stages are numbered by non-negative integers

Etapy sú číslované nezápornými celými číslami štartujúc od 0, ktorá je použitá pre počiatočnú etapu. Čas, kedy sa začína proces riadenia zásob, je 0. Rozhodnutia o veľkosti doplňujúcej objednávky sa teda v tomto jednopoložkovom zásobovacom systéme s periodickou kontrolou vykonávajú v ekvidistančných časových bodoch 0, 1, 2, Predpokladá sa, že dodávka objednaného množstva sa prijíma na sklad vo veľmi krátkej oneskorovacej dobe po objednávke. To je s určitou mierou idealizácie reprezentované nulovou dodacou lehotou.

Systém má konečný kladný skladovací limit L vzhľadom na obmedzenú kapacitu skladu. Ak dopyt počas intervalu kontroly prevyší zásobu, ktorá je k dispozícii na sklade, vznikne deficit. Pre situácie nedostatku zásob sa uvažuje s konečným nezáporným limitom deficitu K . Ak aktuálna úroveň zásob je $-K$, odmietajú sa nové požiadavky na náhradné komponenty. Stav zásob sa teda môže pohybovať v rámci množiny hodnôt od $-K$ po L . Záporné celé čísla zodpovedajú registrovanej veľkosti deficitu. Registrovaný deficit zásob je vyplnený okamžite po prijatí dodávky.

Ekonomické dôsledky činnosti zásobovacieho systému sa odrážajú v nákladoch vynaložených počas intervalov kontroly. Predpokladá sa, že príslušné nákladové funkcie sú časovo homogénne. Závisia od stavu zásob a následného riadiaceho zásahu v aktuálnom okamihu rozhodovania. Očakáva sa dlhodobé pôsobenie systému v nemeniacich sa dopytových a finančných podmienkach. Proces riadenia zásob prebieha potom v rámci nekonečného plánovacieho horizontu.

2.2 Proces dopytu

Stredisko údržby musí koordinovať úroveň zásob náhradných komponentov držaných na sklade s náhodným charakterom dopytu. Požiadavky na náhradné komponenty prichádzajú do údržbárskeho strediska takým spôsobom, že doby medzi príchodmi sú nezávislé a rovnako rozložené nezáporné náhodné veličiny $V_k \equiv V$, $k = 1, 2, \dots$, s exponenciálnym rozdelením pravdepodobnosti. Každá požiadavka prichádzajúca do strediska údržby je požiadavkou len na presne jeden náhradný komponent. S použitím spoločnej distribučnej funkcie $G(t) = P[V \leq t] = P[V_k \leq t] = 1 - e^{-\lambda t}$, $t \geq 0$, $k = 1, 2, \dots$, $0 < \lambda < \infty$, možno ľahko overiť, že

$$P[V > t + z | V > t] = P[V > z], \quad \forall t, z \geq 0. \quad (1)$$

Rovnica (1) je matematickým vyjadrením bezpomäťovej vlastnosti exponenciálneho rozdelenia. Ak $U = V - t$ označuje zvyšok doby medzi príchodmi V , potom vlastnosť (1) dáva

$$P[U > z | V > t] = P[V > z], \quad \forall t, z \geq 0. \quad (2)$$

To znamená, že zvyšok (U) doby medzi príchodmi má rovnaké rozdelenie pravdepodobnosti ako samotná doba medzi príchodmi (V) nezávisle od toho, koľko času (t) už uplynulo od posledného príchodu. Náhodná veličina, ktorá predstavuje časový interval medzi okamihom rozhodovania a prvým príchodom dopytovej požiadavky po výbere rozhodnutia, má teda exponenciálne rozdelenie pravdepodobnosti so strednou hodnotou $1/\lambda$ bez ohľadu na

starting with 0 used for the initial stage. Time of the beginning of the inventory control process is 0. Thus, decisions on the replenishment order size are made at equidistant time points 0, 1, 2, ... in this single-item periodic-review inventory system. The delivery of the amount ordered is supposed to be received in stock in a very short lead-time after the order. With some level of idealisation it is represented by a zero delivery lag.

The system has a finite positive storage limitation L due to the limited capacity of the stock. If the demand in a review interval exceeds the inventory of stock on hand, a shortage occurs. A finite non-negative deficit limitation K is considered for the lack-of-inventory situations. In case the current inventory position is $-K$, new demand requirements for spare components are rejected. Hence, the inventory position can range within the set of values from $-K$ to L . Negative integers correspond to the registered amount of shortage. The registered inventory deficit is filled immediately after the delivery receipt.

Economic consequences of the inventory system operation are reflected in costs incurred during review intervals. The corresponding cost functions are supposed to be time homogeneous. They depend on the inventory position and the subsequent control action at a current decision epoch. The system is expected to act under unchanged demand and financial conditions for a long time. The inventory control process then runs in an infinite planning horizon scheme.

2.2 The demand process

The maintenance centre has to co-ordinate the inventory level of spare components held in stock with the random nature of demand. Requirements for spare components arrive into the maintenance centre in such a manner that interarrival times are independent and identically distributed non-negative random variables $V_k \equiv V$, $k = 1, 2, \dots$, with an exponential probability distribution. Each requirement, arriving into the maintenance centre, is a requirement for exactly one spare component only. Using the common probability distribution function $G(t) = P[V \leq t] = P[V_k \leq t] = 1 - e^{-\lambda t}$, $t \geq 0$, $k = 1, 2, \dots$, $0 < \lambda < \infty$, it can be easily verified that

$$P[V > t + z | V > t] = P[V > z], \quad \forall t, z \geq 0. \quad (1)$$

Equation (1) is a mathematical representation of the memory-less property of the exponential distribution. If $U = V - t$ denotes the rest of the interarrival time V , then the property (1) yields

$$P[U > z | V > t] = P[V > z], \quad \forall t, z \geq 0. \quad (2)$$

It means that the rest (U) of the interarrival time has the same probability distribution as the interarrival time (V) itself independently on how much time (t) has already elapsed since the last arrival. Hence, a random variable representing the time interval between a decision epoch and the first demand requirement arrival after the decision choice has the exponential probability distribution with mean $1/\lambda$ no matter whether the decision epoch coin-

to, či sa okamih rozhodovania kryje s časom predošlého príchodu alebo nie. Nech v každom intervale kontroly označuje Y_k množstvo času od začiatku intervalu kontroly do príchodu k -tej dopytovej požiadavky po okamihu rozhodovania. Veličina Y_k je súčtom k nezávislých a rovnako rozložených exponenciálnych náhodných veličín, čo indukuje k -Erlangovo rozdelenie u náhodnej veličiny Y_k . Zodpovedajúca distribučná funkcia G_k a hustota pravdepodobnosti g_k sú dané vzťahmi

$$G_k(t) = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^i}{i!}, \quad g_k(t) = \lambda e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!}, \quad \lambda > 0, t \geq 0, k = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Pretože $G_k(t) = \int_0^t g_k(u) du$, $t \geq 0$, $k = 1, 2, \dots$, platí pre k -Erlangovo rozdelenie nasledujúca identita:

$$\int_0^t \lambda e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{k-1}}{(k-1)!} du = 1 - \sum_{j=0}^{k-1} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^j}{j!}, \quad t \geq 0, k = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Aby sme našli rozdelenie pravdepodobnosti pre veľkosť dopytu v jednotlivých intervaloch kontroly, využijeme pojem procesu obnovy.

Nech $V_0 \equiv 0$. Ak $\{V_k, k = 1, 2, \dots\}$ je postupnosť nezávislých a rovnako rozložených nezáporných náhodných veličín, potom počítací proces $\{N(t), t \geq 0\}$ taký, že

$$N(t) = \sup \left\{ n : n \in \{0, 1, \dots\}, \sum_{k=0}^n V_k \leq t \right\}, \quad t \geq 0, \quad (5)$$

je procesom obnovy. Náhodná veličina V_k označuje dobu medzi výskytom $(k-1)$ -vej a k -tej obnovy, $k = 1, 2, \dots$, kde štart procesu v čase 0 sa interpretuje ako 0-tá (t. j. nepravá) obnova. Náhodná veličina $N(t)$ predstavuje počet obnov do času t , čiže $N(t)$ počíta výskyt obnovy v časovom intervale $(0, t)$. Čas výskytu k -tej obnovy

ja daný náhodnou veličinou $S_k = \sum_{i=1}^k V_i$, $k = 1, 2, \dots$

Keďže časové intervaly medzi po sebe nasledujúcimi príchodmi dopytových požiadaviek na náhradné komponenty v údržbárskom stredisku sú nezávislé a rovnako rozložené nezáporné náhodné veličiny V_k , $k = 1, 2, \dots$, s exponenciálnym rozdelením so strednou hodnotou $1/\lambda$, možno každý príchod považovať za výskyt obnovy. Čas $S_k = V_1 + V_2 + \dots + V_k$ k -teho príchodu má k -Erlangovo rozdelenie so strednou hodnotou k/λ , ktorého distribučná funkcia $P[S_k \leq t] = G_k(t)$ je určená v (3) pre $t \geq 0$ a $k = 1, 2, \dots$. Nech V_0 je identicky rovné nule. Náhodná veličina $N(t)$, vyhovujúca rovnici (5), predstavuje počet príchodov do času t . Nech $S_0 \equiv 0$ a $G_0(t) = P[S_0 \leq t]$, $t \geq 0$. Potom $G_0(t) = P[0 \leq t] = 1$, $t \geq 0$. Uvedomiac si, že

$$N(t) \geq k \Leftrightarrow S_k \leq t, \quad t \geq 0, k = 0, 1, 2, \dots,$$

možno odvodiť pravdepodobnostnú funkciu pre počet $N(t)$ náhradných komponentov požadovaných do času t takto:

cides with a previous arrival time or not. Let, in each review interval, Y_k denote the amount of time from the beginning of the review interval to the k -th demand requirement arrival after the decision epoch. The quantity Y_k is a sum of k independent and identically distributed exponential random variables, which induces an Erlang- k distribution for the random variable Y_k . The corresponding probability distribution function G_k and the probability density function g_k are stated by

As $G_k(t) = \int_0^t g_k(u) du$, $t \geq 0$, $k = 1, 2, \dots$, the following identity holds for the Erlang- k distribution:

To find the probability distribution for the size of demand in particular review intervals, we use a concept of the renewal process.

Let $V_0 \equiv 0$. If $\{V_k, k = 1, 2, \dots\}$ be a sequence of independent and identically distributed non-negative random variables, then the counting process $\{N(t), t \geq 0\}$ such that

is a renewal process. The random variable V_k denotes the interoccurrence time between the $(k-1)$ -st and k -th renewal, $k = 1, 2, \dots$, where the start of the process at time 0 is interpreted as the 0-th (i.e. dummy) renewal. The random variable $N(t)$ represents the number of renewals up to time t ; i.e. $N(t)$ counts renewal occurrences in the time interval $(0, t)$. The k -th renewal occurrence

time is given by the random variable $S_k = \sum_{i=1}^k V_i$, $k = 1, 2, \dots$

As time intervals between consecutive arrivals of demand requirements for spare components in the maintenance centre are independent and identically distributed non-negative random variables V_k , $k = 1, 2, \dots$, with the exponential distribution with mean $1/\lambda$, each arrival can be regarded as a renewal occurrence. The time $S_k = V_1 + V_2 + \dots + V_k$ of the k -th arrival has the Erlang- k distribution with mean k/λ , whose probability distribution function $P[S_k \leq t] = G_k(t)$ is specified by (3) for $t \geq 0$ and $k = 1, 2, \dots$. Let V_0 be identically equal to zero. The random variable $N(t)$ satisfying equation (5) represents the number of arrivals up to time t . Let $S_0 \equiv 0$ and $G_0(t) = P[S_0 \leq t]$, $t \geq 0$. Then $G_0(t) = P[0 \leq t] = 1$, $t \geq 0$. Noting that

the probability mass function for the number $N(t)$ of spare components that have been required up to time t can be derived as follows

$$P[N(t) = k] = P[N(t) \geq k] - P[N(t) \geq k+1] = P[S_k \leq t] - P[S_{k+1} \leq t] = G_k(t) - G_{k+1}(t) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, t \geq 0. \quad (6)$$

To dokazuje, že náhodná veličina $N(t)$ má Poissonovo rozdelenie so strednou hodnotou λt , $t \geq 0$, $\lambda > 0$. Náhodný proces príchodov dopytových požiadaviek do údržbárskeho strediska je teda Poissonovým procesom $\{N(t), t \geq 0\}$ s intenzitou λ náhradných komponentov za jednotku času, čo je špeciálny prípad procesu obnovy.

Poissonov proces sa regeneruje v ľubovoľnom bode času. Takže pre ľubovoľné pevné $s \geq 0$ je proces $\{N'(t), t \geq s\}$ s $N'(t) = N(t) - N(s)$ pravdepodobnostnou kópiou procesu $\{N(t), t \geq 0\}$. Počet príchodov od času s do času t má teda rovnaké rozdelenie pravdepodobnosti ako počet príchodov od času 0 do času $t - s$ bez akejkoľvek závislosti od vývoja procesu od štartu v čase 0 do času s . Podrobnosti pozri v dodatku na konci článku.

Nech Z_t označuje veľkosť dopytu v intervale kontroly medzi časmi t a $t + 1$, kde $t \in \{0, 1, \dots\}$. Z regeneratívnej vlastnosti Poissonovho procesu vyplýva, že veličiny Z_t , pohybujúce sa v rámci množiny hodnôt $Z = \{0, 1, \dots\}$, sú nezávislé a rovnako rozložené náhodné veličiny so spoločnou pravdepodobnostnou funkciou:

$$q(k) = P\{Z_t = k\} = P\{N(t+1) - N(t) = k\} = P\{N(1) = k\} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k \in Z = \{0, 1, \dots\}, t \in \{0, 1, \dots\}. \quad (7)$$

Aplikovaním rovnice (A4) založenej na rovnici (A3) z dodatku článku je odôvodnené použitie vzťahu $P\{N(t+1) - N(t) = k\} = P\{N(1) = k\}$ pre $k \in Z$ a $t = 0, 1, \dots$ v (7). Rovnica (7) odráža stacionárny charakter procesu dopytu v uvažovanom zásobovacom systéme.

Vzhľadom na vzájomnú nezávislosť náhodných veličín Z_t , reprezentujúcich dopyty v intervaloch kontroly, determinuje pravdepodobnostné zákony vývoja systému markovovská vlastnosť. Finančný výsledok správy systému sa meria strednou hodnotou dlhodobých priemerných nákladov za jednotku času. Sústava pravidiel pre postupné rozhodnutia o dopĺňujúcich objednávkach tvorí stratégiu riadenia zásob s periodickou kontrolou. Pre nájdenie ekonomicky efektívnych riadiacich pravidiel je potrebné zostaviť príslušný Markovov rozhodovací model s diskretným časom.

3. Zodpovedajúci Markov rozhodovací model riadenia zásob

Rozhodovací model markovovského typu je zostavený, ak sú definované stavové a riadiace premenné, špecifikovaný je stavový priestor a priestor riadenia, určené sú pravdepodobnosti prechodu a funkcia (strednej hodnoty) nákladov a formulované je kritérium optimality.

Časová množina T systému je množina

$$T = \{0, 1, \dots\},$$

čo zodpovedá množine okamihov rozhodovania, ako aj množine etáp, t. j. množine poradových čísel intervalov kontroly. Pre každé $t \in T$ je etapa t intervalom kontroly medzi okamihmi rozhodovania t a $t + 1$, ktorý sa označuje ako t -ty interval kontroly.

This verifies that the random variable $N(t)$ has the Poisson distribution with mean λt , $t \geq 0$, $\lambda > 0$. Hence, the random process of demand requirement arrivals into the maintenance centre is the Poisson process $\{N(t), t \geq 0\}$ with rate λ spare components per unit time, which is a special case of a renewal process.

The Poisson process regenerates itself at any point in time. Thus, for arbitrary fixed $s \geq 0$ the process $\{N'(t), t \geq s\}$ with $N'(t) = N(t) - N(s)$ is a probabilistic replica of the process $\{N(t), t \geq 0\}$. That is, the number of arrivals from time s to time t has the same probability distribution as the number of arrivals from time 0 to time $t - s$ without any dependence on the process evolution since the start at time 0 till time s . See an appendix at the end of the paper for details.

Let Z_t denote the demand size in the review interval between times t and $t + 1$, where $t \in \{0, 1, \dots\}$. The regenerative property of the Poisson process implies that the quantities Z_t , ranging within the set of values $Z = \{0, 1, \dots\}$, are independent and identically distributed random variables with the common probability mass function:

$$q(k) = P\{Z_t = k\} = P\{N(t+1) - N(t) = k\} = P\{N(1) = k\} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k \in Z = \{0, 1, \dots\}, t \in \{0, 1, \dots\}. \quad (7)$$

An application of equation (A4) based on equation (A3) from the appendix of the paper justifies the use of the relation $P\{N(t+1) - N(t) = k\} = P\{N(1) = k\}$ for $k \in Z$ and $t = 0, 1, \dots$ in (7). Equation (7) reflects the stationary nature of the demand process in the inventory system under consideration.

Because of mutual independence of the random variables Z_t , representing demands in review intervals, the Markovian property underlies probabilistic laws of the system motion. The financial outcome of the system behaviour is measured by the long-run expected average cost per unit time. The set of rules for sequential decisions on replenishment orders constitutes a periodic-review inventory control policy. To find cost-effective control rules, the corresponding discrete-time Markov decision model must be built.

3. The corresponding Markov decision model of inventory control

The decision model of a Markovian type is built up when the state and action variables are defined, the state and action spaces are specified, the transition probabilities and the (expected) cost function are determined and the criterion of interest is formulated.

The time set T of the system is the set

$$T = \{0, 1, \dots\},$$

which corresponds to the set of decision epochs as well as to the set of stages, i.e. to the set of ordinal numbers of review intervals. For each $t \in T$ the stage t is the review interval between decision epochs t and $t + 1$ referred to as the t -th review interval.

Stav X_t systému v okamihu rozhodovania $t \in T$ je úroveň zásob na sklade v čase $t \in T$, t. j. počet náhradných komponentov na sklade k dispozícii v čase (kontroly) t pred prijatím rozhodnutia o doplnujúcej objednávke. Záporné hodnoty stavu indikujú nedostatok zásob. Takže, ak je $X_t < 0$, potom $|X_t|$ predstavuje veľkosť registrovaného deficitu zásob v čase t . Vzhľadom na limit deficitu K a skladovací limit L je stavový priestor X systému reprezentovaný množinou

$$X = \{-K, -K + 1, \dots, L\}.$$

Riadením a_t je množstvo náhradných komponentov objednaných podľa rozhodnutia vybraného v čase $t \in T$. Veľkosť dodávky musí byť postačujúca na vykrytie registrovanej veľkosti deficitu zistenej v okamihu kontroly (ak deficit existuje) a nesmie spôsobiť prekročenie skladovacieho limitu v úrovni zásob. Množina $A(i)$ prípustných riadení v stave $i \in X$ zohľadňuje tieto požiadavky, čo zodpovedá vzťahu:

$$A(i) = \begin{cases} \{|i|, |i| + 1, \dots, |i| + L\}, & i \in \{-K, -K + 1, \dots, -1\}, \\ \{0, 1, \dots, L - i\}, & i \in \{0, 1, \dots, L\}. \end{cases} \quad (8)$$

Priestor riadení A je zjednotením $A(i)$, $i \in X$, takže

$$A = \{0, 1, \dots, L + K\}.$$

Sumarizujúc zavedené označenie:

X_t - stav systému v čase $t \in T$, t. j. úroveň zásob v čase $t \in T$,
 a_t - riadenie v čase $t \in T$, t. j. veľkosť doplnujúcej objednávky v čase $t \in T$,
 Z_t - (náhodná) veľkosť dopytu v t -tom intervale kontroly medzi časmi t a $t + 1$, $t \in T$,
 K - limit deficitu ($0 \leq K < \infty$),
 L - skladovací limit ($0 < L < \infty$),
 Z - množina hodnôt náhodných veličín Z_t , $Z = \{0, 1, \dots\}$,

možno špecifikovať prechodovú dynamiku vývoja systému. Systém sa správa v súlade s prechodovou rovnicou:

$$X_{t+1} = \max\{X_t + a_t - Z_t, -K\} = X_t + a_t - \min\{Z_t, X_t + a_t + K\}, \quad t \in T. \quad (9)$$

Pravdepodobnostné zákony vývoja systému sú stanovené (stacionárnymi jednokrokovými) pravdepodobnosťami prechodu:

$$p(i, j, a) \equiv p_{i,j}(a) = P\{X_{t+1} = j | X_t = i, a_t = a\} = \begin{cases} \sum_{k=i+a+K}^{\infty} q(k) = 1 - e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{i+a+K-1} \frac{\lambda^k}{k!}, & j = -K, \\ q(i + a - j) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^{i+a-j}}{(i + a - j)!}, & j \in \{-K + 1, -K + 2, \dots, i + a\}, \\ 0, & j \in \{i + a + 1, i + a + 2, \dots, L\}, \end{cases} \quad (10)$$

$$a \in A(i), i \in X = \{-K, -K + 1, \dots, L\}, t \in T.$$

Činnosť zásobovacieho systému má svoje ekonomické dôsledky. Stacionárna nákladová funkcia $c(i, a)$ vyjadruje náklady vyna-

The state X_t of the system at decision epoch $t \in T$ is the inventory position at time $t \in T$, i.e. the number of spare components in stock on hand at (review) time t before taking a decision on the replenishment order. Negative values of the state indicate the lack of inventory. Thus, if $X_t < 0$ then $|X_t|$ represents the registered inventory deficit size at time t . Due to the deficit limitation K and the storage limitation L the state space X of the system is represented by the set

$$X = \{-K, -K + 1, \dots, L\}.$$

The action a_t is the amount of spare components ordered according to the decision chosen at time $t \in T$. The delivery size must be sufficient to fill the registered shortage quantity (if any) recognised at the review time and must not cause the inventory position to exceed the storage limitation. Hence, the set $A(i)$ of feasible actions in state $i \in X$ follows these requirements, which corresponds to:

The action space A is the union of $A(i)$, $i \in X$, therefore

$$A = \{0, 1, \dots, L + K\}.$$

Summarising the notation introduced:

X_t - the system state at time $t \in T$, i.e. the inventory position at time $t \in T$,
 a_t - the action at time $t \in T$, i.e. the size of a replenishment order at time $t \in T$,
 Z_t - the (random) demand size in the t -th review interval between times t and $t + 1$, $t \in T$,
 K - the deficit limitation ($0 \leq K < \infty$),
 L - the storage limitation ($0 < L < \infty$),
 Z - the set of values of random variables Z_t , $Z = \{0, 1, \dots\}$,

the transition dynamics of the system motion can be specified. The system behaves in compliance with the transition equation:

The probabilistic laws of system motion are stated by (stationary one-step) transition probabilities:

Operation of the inventory system has its economic consequences. A stationary cost function $c(i, a)$ expresses the cost incur-

ložené počas intervalu kontroly, keď stav systému v okamihu rozhodovania na začiatku intervalu kontroly je i a následné riadenie je a . Dopytovo-zásobovacie náklady $c(i, a)$ pozostávajú zo súčtu funkcie objednávacích nákladov $D(i, a)$, funkcie skladovacích nákladov $S(i, a)$, funkcie nákladov deficitu $N(i, a)$ a funkcie nákladov odmietnutia $B(i, a)$. Zodpovedajúce náhodné veličiny $C_t \equiv c(X_t, a_t)$, $D_t \equiv D(X_t, a_t)$, $S_t \equiv S(X_t, a_t)$, $N_t \equiv N(X_t, a_t)$, $B_t \equiv B(X_t, a_t)$ predstavujú nákladovú štruktúru v t -tom intervale kontroly, $t \in T$. Veličina $c(i, a)$ môže byť náhodnou veličinou, aj keď je špecifikovaný aktuálny stav a následné riadenie. Jednoznačná kvantifikácia ekonomických dôsledkov činnosti systému počas intervalu kontroly je potom daná funkciou strednej hodnoty (dopytovo-zásobovacích) nákladov $\bar{c}(i, a)$:

$$\begin{aligned}\bar{c}(i, a) &= E[C_t | X_t = i, a_t = a] \equiv E[c(X_t, a_t) | X_t = i, a_t = a] = E[D(X_t, a_t) + S(X_t, a_t) + N(X_t, a_t) + B(X_t, a_t) | X_t = i, a_t = a] = \\ &= E[D(X_t, a_t) | X_t = i, a_t = a] + E[S(X_t, a_t) | X_t = i, a_t = a] + E[N(X_t, a_t) | X_t = i, a_t = a] + E[B(X_t, a_t) | X_t = i, a_t = a] = (11) \\ &= \bar{D}(i, a) + \bar{S}(i, a) + \bar{N}(i, a) + \bar{B}(i, a), a \in A(i), i \in X, t \in T.\end{aligned}$$

Funkcia strednej hodnoty objednávacích alebo dodávacích nákladov $\bar{D}(i, a)$ odráža očakávané náklady spojené s podaním objednávky. Pozostáva z nákupných nákladov a nákladov dodávky s možnosťou množstevnej zľavy.

red during a review interval, when the system state at the decision epoch at the beginning of the review interval is i and the subsequent action is a . The demand-inventory cost $c(i, a)$ consists of the sum of the ordering cost function $D(i, a)$, the holding cost function $S(i, a)$, the shortage cost function $N(i, a)$, and the rejection cost function $B(i, a)$. The corresponding random variables $C_t \equiv c(X_t, a_t)$, $D_t \equiv D(X_t, a_t)$, $S_t \equiv S(X_t, a_t)$, $N_t \equiv N(X_t, a_t)$, $B_t \equiv B(X_t, a_t)$ represent the cost structure in the t -th review interval, $t \in T$. The quantity $c(i, a)$ may be a random variable although the current state and the subsequent action are specified. Unequivocal quantification of the economic consequences of the system operation during a review interval is then given by the expected (demand-inventory) cost function $\bar{c}(i, a)$:

The expected ordering or delivery cost function $\bar{D}(i, a)$ reflects the expected expenses associated with a placement of an order. It consists of the purchasing cost and the delivery expense with a quantity discount possibility.

$$\bar{D}(i, a) = E[D(X_t, a_t) | X_t = i, a_t = a] = \begin{cases} 0, & a = 0, \\ ca + b, & 0 < a < M, \\ (1 - \beta)ca + b, & a \geq M, \end{cases} \quad (12)$$

$$a \in A(i), i \in X, t \in T.$$

Cenový koeficient c je nákupná cena za komponent a b sú fixné (nastavovacie) náklady platené za dodávku (ak je nejaká). Ak sa objedná aspoň M náhradných komponentov, uplatní sa množstevná zľava vo forme 100β %-nej cenovej modifikácie, kde $\beta \in (0,1)$ je diskontný faktor.

The cost coefficient c is a purchasing cost per component and b is a fixed (setup) cost paid for delivery (if any). If at least M spare components are ordered, a quantity discount in the form of 100β % price break is applied, where $\beta \in (0,1)$ is the discount factor.

Funkcia strednej hodnoty skladovacích alebo uchovávacích nákladov $\bar{S}(i, a)$ vyjadruje očakávané náklady na skladovanie náhradných komponentov v sklade počas intervalu kontroly o dĺžke jednej časovej jednotky. Nech $x(u)$ označuje stav systému, t. j. úroveň zásob, v čase u po aktuálnom okamihu rozhodovania, Y_k predstavuje čas príchodu k -tej dopytovej požiadavky meraný od výberu aktuálneho rozhodnutia a s sú náklady na skladovanie jedného komponentu počas jednotky času. Keďže sa predpokladá okamžitá dodávka, je v každom okamihu rozhodovania $t \in T$ stav zásob na sklade (v čase 0 po prijatí rozhodnutia) $x(0) = X_t + a_t$. Máme:

The expected holding or storage cost function $\bar{S}(i, a)$ expresses the expected expenses for holding spare components in stock during a review interval of a time unit length. Let $x(u)$ denote the state of the system, i.e. the inventory position, at time u after the current decision epoch, Y_k represent the k -th demand requirement arrival time measured since the current decision choice, and s be the cost incurred per component held in stock per unit time. As instantaneous delivery of order is assumed, at any decision epoch $t \in T$ the inventory position (at time 0 after the decision take) is $x(0) = X_t + a_t$. We have:

$$\begin{aligned}\bar{S}(i, a) &= E[S(X_t, a_t) | X_t = i, a_t = a] = E\left[s \int_0^1 \max[0, x(u)] du | X_t = i, a_t = a\right] = E\left[s \sum_{k=1}^{X_t+a_t} W_k | X_t = i, a_t = a\right] = \\ &= E\left[s \sum_{k=1}^{X_t+a_t} \min[1, Y_k] | X_t = i, a_t = a\right] = E\left[s \sum_{k=1}^{i+a} \min[1, Y_k]\right] = s \sum_{k=1}^{i+a} E[\min[1, Y_k]],\end{aligned} \quad (13)$$

$$a \in A(i), i \in X, t \in T.$$

Rovnica (13) vyplýva z toho, že na oblasť, ktorú predstavuje určitý integrál v (13), sa možno dívať ako na riadkovú oblasť miesto tradičnej stĺpcovej reprezentácie, čo vedie k súčtu náhodných veličín $W_k = \min[1, Y_k]$ v rovnici (13). Použitá je konvencia, že súčet členov sa rovná nule, ak horná hranica sumačného indexu je menšia než dolná hranica. Aplikáciou vety o úplnej strednej hodnote a využitím (erlangovskej) identity (4) spolu s označením (7) pre pravdepodobnosti dopytu môžeme odvodiť pre funkciu strednej hodnoty skladovacích nákladov $\bar{S}(i, a)$, že:

Equation (13) follows, since the area represented by the definite integral in (13) may be regarded in a row-like way instead of a traditional column-like way, which leads to the sum of random variables $W_k = \min[1, Y_k]$ in equation (13). The convention is employed that the sum of terms equals zero if upper limit for summation index is less than lower limit. Applying the law of total expectation and utilising the (Erlangian) identity (4) together with notation (7) for demand probabilities, we can derive for the expected holding cost function $\bar{S}(i, a)$ that:

$$\begin{aligned}\bar{S}(i, a) &= s \sum_{k=1}^{i+a} \int_0^{\infty} E[\min[1, Y_k] | Y_k = u] g_k(u) du = s \sum_{k=1}^{i+a} \int_0^{\infty} \min[1, u] g_k(u) du = s \sum_{k=1}^{i+a} \left[\int_0^1 u g_k(u) du + \int_1^{\infty} g_k(u) du \right] = \\ &= s \sum_{k=1}^{i+a} \left[\frac{k}{\lambda} \int_0^1 \frac{(\lambda u)^k}{k!} \lambda e^{-\lambda u} du + 1 - \int_0^1 \frac{(\lambda u)^{k-1}}{(k-1)!} \lambda e^{-\lambda u} du \right] = s \sum_{k=1}^{i+a} \left[\frac{k}{\lambda} \left(1 - \sum_{j=0}^k e^{-\lambda} \frac{\lambda^j}{j!} \right) + \sum_{j=0}^{k-1} e^{-\lambda} \frac{\lambda^j}{j!} \right] = \\ &= s \sum_{k=1}^{i+a} \left[\frac{k}{\lambda} \left(1 - \sum_{j=0}^k q(j) \right) + \sum_{j=0}^{k-1} q(j) \right] = s \sum_{k=1}^{i+a} \left[\frac{k}{\lambda} [1 - q(k)] + \left(1 - \frac{k}{\lambda} \right) \sum_{j=0}^{k-1} q(j) \right],\end{aligned}\quad (14)$$

$$a \in A(i), i \in X, t \in T.$$

Funkcia strednej hodnoty nákladov deficitu alebo nedostatku $\bar{N}(i, a)$ odráža očakávané výdaje vynaložené, keď nastane deficit zásob. Cenový koeficient v sú pokutové náklady na chýbajúci komponent z dôvodu nedostatku zásob. Môžu reprezentovať náklady spojené s prerušením produkcie, ktoré je vyvolané nedostatkom náhradných komponentov. Po zavedení funkcie $O(i, a, k)$ predpísom

The expected shortage or non-availability cost function $\bar{N}(i, a)$ reflects the expected expenses incurred when an inventory deficit occurs. The cost coefficient v is a penalty cost per missing component due to the lack of inventory. It may represent the cost associated with a break of the production forced by the shortage of spare components. Introducing a function $O(i, a, k)$ by:

$$O(i, a, k) = \begin{cases} 0, & k \leq i + a, \\ k - (i + a), & i + a + 1 \leq k \leq i + a + K, \\ K, & k \geq i + a + K + 1, \end{cases}\quad (15)$$

$$i \in X, a \in A(i) \subset A, k \in Z,$$

predstavuje náhodná veličina $O_t \equiv O(X_t, a_t, Z_t)$ veľkosť registrovaného deficitu zásob počas etapy $t \in T$, ktorý bol akceptovaný v údržbárskom stredisku medzi okamihmi rozhodovania t a $t + 1$. Potom určíme $\bar{N}(i, a)$ takto:

the random variable $O_t \equiv O(X_t, a_t, Z_t)$ represents the size of the registered inventory deficit during stage $t \in T$, which has been accepted in the maintenance centre between decision epochs t and $t + 1$. Then we specify $\bar{N}(i, a)$ as follows:

$$\begin{aligned}\bar{N}(i, a) &= E[N(X_t, a_t) | X_t = i, a_t = a] = E[vO(X_t, a_t, Z_t) | X_t = i, a_t = a] = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} E[vO(X_t, a_t, Z_t) | Z_t = k, X_t = i, a_t = a] P[Z_t = k | X_t = i, a_t = a] = \sum_{k=0}^{\infty} E[vO(i, a, k)] P[Z_t = k] = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} vO(i, a, k) q(k) = v \left[\sum_{k=i+a+1}^{i+a+K} (k - i - a) q(k) + K \sum_{k=i+a+K+1}^{\infty} q(k) \right] = \\ &= v \left[\sum_{k=i+a+1}^{i+a+K} k q(k) - (i + a) \sum_{k=i+a+1}^{i+a+K} q(k) + K \left(1 - \sum_{k=0}^{i+a+K} q(k) \right) \right],\end{aligned}\quad (16)$$

$$a \in A(i), i \in X, t \in T.$$

Funkcia strednej hodnoty nákladov deficitu $\bar{N}(i, a)$ sa niekedy môže uvažovať v tvare, kde sa používa cenový koeficient y na vyjadrenie nákladov vynaložených za chýbajúci komponent počas jednotky času v situácii vyčerpania zásob. Na odvodenie funkcie strednej hodnoty nákladov deficitu $\bar{N}(i, a)$ pre takúto modifikáciu nákladov deficitu použijeme rovnaké náhodné veličiny $x(u)$ a Y_k ako v prípade funkcie strednej hodnoty skladovacích nákladov. Poznamenávame, že úroveň zásob $x(u)$ v čase u (ktorý sa meria od aktuálneho okamihu rozhodovania $t \in T$, keď $u = 0$) musí spĺňať obmedzenie $-K \leq x(u) \leq L$ pre $u \geq 0$. Potom máme pre $a \in A(i)$, $i \in X$, $t \in T$:

$$\begin{aligned}\bar{N}(i, a) &= E[N(X_t, a_t) | X_t = i, a_t = a] = E\left[y \int_0^1 -\min\{0, x(u)\} du | X_t = i, a_t = a\right] = \\ &= E\left[y \sum_{k=X_t+a_t+1}^{X_t+a_t+K} (1 - \min\{1, Y_k\}) | X_t = i, a_t = a\right] = E\left[y \sum_{k=i+a+1}^{i+a+K} (1 - \min\{1, Y_k\})\right] = \\ &= y \sum_{k=i+a+1}^{i+a+K} \int_0^\infty E[1 - \min\{1, Y_k\} | Y_k = u] g_k(u) du = y \sum_{k=i+a+1}^{i+a+K} \int_0^\infty [1 - \min\{1, u\}] g_k(u) du = \\ &= y \sum_{k=i+a+1}^{i+a+K} \left[\int_0^1 g_k(u) du - \int_0^1 u g_k(u) du \right] = y \sum_{k=i+a+1}^{i+a+K} \left[G_k(1) - \frac{k}{\lambda} G_{k+1}(1) \right].\end{aligned}\quad (17)$$

Po substitúcii príslušných výrazov z (3) za $G_k(1)$ a $G_{k+1}(1)$ v (17) obdržime:

$$\begin{aligned}\bar{N}(i, a) &= E[N(X_t, a_t) | X_t = i, a_t = a] = y \sum_{k=i+a+1}^{i+a+K} \left\{ 1 - \sum_{j=0}^{k-1} q(j) - \frac{k}{\lambda} \left[1 - \sum_{j=0}^k q(j) \right] \right\} = \\ &= y \left\{ K + \sum_{k=i+a+1}^{i+a+K} \left[\left(\frac{k}{\lambda} - 1 \right) \sum_{j=0}^{k-1} q(j) - \frac{k}{\lambda} (1 - q(k)) \right] \right\}, \quad a \in A(i), i \in X, t \in T.\end{aligned}\quad (18)$$

Funkcia strednej hodnoty nákladov odmietnutia alebo vrátenia nazad $\bar{B}(i, a)$ reprezentuje očakávané výdaje týkajúce sa situácií, keď dopytová požiadavka je odmietnutá v dôsledku prekročenia limitu deficitu. Cenový koeficient r sú pokutové náklady za chýbajúci komponent požadovaný v prípade zamietnutia akceptácie dopytu. Môžu zodpovedať nákladom plateným za mimoriadnu dodávku chýbajúceho komponentu (ak prevyšujúci dopyt možno poslať nazad - ako ignorovaný údržbárskym strediskom - len formálne). Zistíme, že:

The expected shortage cost function $\bar{N}(i, a)$ can sometimes be considered in the form, where a cost coefficient y is employed to express the cost incurred per unit time per missing component in running-out-of-stock situation. To derive the expected shortage cost function $\bar{N}(i, a)$ for such a modification of deficit expenses, we use the same random variables $x(u)$ and Y_k as in the expected holding cost function case. We remark that the inventory position $x(u)$ at time u (which is measured from the current decision epoch $t \in T$, when $u = 0$) must satisfy the constraint $-K \leq x(u) \leq L$ for $u \geq 0$. Then we have for $a \in A(i)$, $i \in X$, $t \in T$:

After substituting the corresponding expressions from (3) for $G_k(1)$ and $G_{k+1}(1)$ in (17) we obtain:

The expected rejection or back-sending cost function $\bar{B}(i, a)$ represents the expected expenses concerning situations, when a demand requirement is rejected because of a deficit limitation overrun. The cost coefficient r is a penalty cost incurred per missing component required in the case of the demand acceptance disapproval. It can correspond with the cost paid for an extraordinary delivery of a missing component (if demand in excess may be sent back - as ignored by the maintenance centre - only formally). We find:

$$\begin{aligned}\bar{B}(i, a) &= E[B(X_t, a_t) | X_t = i, a_t = a] = E[r \max\{0, Z_t - (X_t + a_t + K)\} | X_t = i, a_t = a] = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} E[r \max\{0, Z_t - X_t - a_t - K\} | Z_t = k, X_t = i, a_t = a] P[Z_t = k | X_t = i, a_t = a] = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} E[r \max\{0, k - i - a - K\}] P[Z_t = k] = r \left\{ \sum_{k=i+a+K+1}^{\infty} k q(k) - (i + a + K) \left[1 - \sum_{k=0}^{i+a+K} q(k) \right] \right\} = \\ &= r \left\{ \lambda + (i + a + K - \lambda) \sum_{k=0}^{i+a+K-1} q(k) - (i + a + K) [1 - q(i + a + K)] \right\}, \quad a \in A(i), i \in X, t \in T.\end{aligned}\quad (19)$$

Riadený náhodný proces $\{X_t, t \in T\}$ s pravdepodobnosťami prechodu (10) je Markovov rozhodovací proces s diskretným časom spĺňajúci formuláciu markovovskej vlastnosti:

The controlled stochastic process $\{X_t, t \in T\}$ with transition probabilities (10) is a discrete-time Markov decision process satisfying the Markovian property formulation:

$$\begin{aligned}P\{X_{t+1} = j | X_t = i, a_t = u, X_{t-1} = i_{t-1}, a_{t-1} = u_{t-1}, \dots, X_0 = i_0, a_0 = u_0\} &= P\{X_{t+1} = j | X_t = i, a_t = u\}, \\ \forall t \in T, \forall j, i, i_{t-1}, \dots, i_1, i_0 \in X, \forall u, u_{t-1}, \dots, u_1, u_0 \in A.\end{aligned}\quad (20)$$

Predpis na výber riadenia v každom stave v nejakom okamihu rozhodovania je riadiace pravidlo. Nech d_t označuje riadiace pravidlo na prijímanie riadení v okamihu rozhodovania $t \in T$. Postupnosť $\delta = \{d_t\}_{t \in T}$ tvorí stratégiu (t. j. stratégiu riadenia). Stratégia je eventualitný plán, ktorý predpisuje príslušné riadenie pre každý stav systému v ľubovoľnom okamihu rozhodovania počas plánovacieho horizontu. Stratégia δ zložená z rozhodovacích funkcií $d_t : X \rightarrow A, t \in T$, sa nazýva Markovova stratégia.

Vzhľadom na markovovskú vlastnosť (20) a stacionárny charakter správania systému je opodstatnené použiť v uvažovanom zásobovacom systéme s periodickou kontrolou stacionárnu Markovovu stratégiu riadenia

A prescription for selecting an action in each state at some decision epoch is the control rule. Let d_t denote a control rule for taking actions at decision epoch $t \in T$. The sequence $\delta = \{d_t\}_{t \in T}$ constitutes a policy (i.e. a control policy). The policy is a contingency plan prescribing an appropriate action for each system state at any decision epoch over the planning horizon. The policy δ consisted of decision functions $d_t : X \rightarrow A, t \in T$, is referred to as a Markov policy.

Due to the Markovian property (20) and the stationary nature of the system behaviour a stationary Markov policy

$$\delta = \{d_t\}_{t=0}^{\infty}, \quad d_t = d, \quad \forall \quad t \in T = \{0, 1, \dots\}, \quad d : X \rightarrow A, \quad (21)$$

pre sekvenčné rozhodovanie o dopĺňujúcich objednávkach počas nekonečného plánovacieho horizontu. Na označenie stacionárnej Markovovej stratégie sa často používa symbol d miesto δ .

Ekonomické dôsledky uplatnenia stratégie vyjadruje kritérium optimality v tvare strednej hodnoty priemerných nákladov za jednotku času pri dlhodobom pôsobení systému. Hodnota kritéria je pre počiatočný stav $i \in X$ a stacionárnu Markovovu stratégiu d daná rovnicou:

$$A^d(i) = \lim_{n \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} c(X_t, a_t) \mid X_0 = i, d \right], \quad i \in X, \quad a_t = d(X_t), \quad t \in T. \quad (22)$$

Hodnotu veličiny $A^d(i)$ zodpovedajúcu stratégii d možno získať z (22) takto:

$$\begin{aligned} A^d(i) &= \lim_{n \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} c(X_t, a_t) \mid X_0 = i, d \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} E[c(X_t, a_t) \mid X_0 = i, d] = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} \left\{ \sum_{j \in X} E[c(X_t, a_t) \mid X_t = j, X_0 = i, d] P[X_t = j \mid X_0 = i, d] \right\} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{j \in X} \left\{ \sum_{t=0}^{n-1} E[c(X_t, a_t) \mid X_t = j, a_t = d(j)] P[X_t = j \mid X_0 = i, d] \right\} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{j \in X} \left\{ \sum_{t=0}^{n-1} \bar{c}(j, d(j)) p_{i,j}^{(t)}(d) \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j \in X} \left\{ \bar{c}(j, d(j)) \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} p_{i,j}^{(t)}(d) \right\} = \\ &= \sum_{j \in X} \left\{ \bar{c}(j, d(j)) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} p_{i,j}^{(t)}(d) \right] \right\} = \sum_{j \in X} \bar{c}(j, d(j)) \pi_i^d(j) \equiv g_i^d, \quad i \in X, \end{aligned} \quad (23)$$

kde limitné pravdepodobnosti:

$$\pi_i^d(j) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} P[X_t = j \mid X_0 = i, d] \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} p_{i,j}^{(t)}(d), \quad i, j \in X, \quad (24)$$

sú limitami t -krokových pravdepodobností prechodu $p_{i,j}^{(t)}(d) \equiv P[X_t = j \mid X_0 = i, d]$ v zmysle Cesara, keď t konverguje do nekonečna a používa sa stacionárna Markovova stratégia d . Ak existujú obyčajné limity $\lim_{t \rightarrow \infty} p_{i,j}^{(t)}(d)$, potom sa limity v zmysle Cesara s nimi zhodujú.

Limitné pravdepodobnosti nezávisia od počiatočného stavu v prípade, že Markovov reťazec indukovaný stratégiou d nemá viac než jednu uzavretú triedu stavov, z ktorej nie je možný žiadny únik

is justified to be applied for sequential decision making on replenishment orders over the infinite planning horizon in the periodic-review inventory system under consideration. The symbol d is often used to denote the stationary Markov policy instead of δ .

Economic consequences of the policy application are expressed by the criterion of interest in the form of the long-run expected average cost per unit time. The criterion value is stated for an initial state $i \in X$ and a stationary Markov policy d by the equation:

The value of the quantity $A^d(i)$ corresponding to the policy d can be obtained from (22) as follows:

where the limiting probabilities:

are the Cesaro limits of t -step transition probabilities $p_{i,j}^{(t)}(d) \equiv P[X_t = j \mid X_0 = i, d]$, when t approaches infinity and a stationary Markov policy d is employed. If the ordinary limits $\lim_{t \rightarrow \infty} p_{i,j}^{(t)}(d)$ exist, then the Cesaro limits coincide with them.

Limiting probabilities are independent of the initial state in case the Markov chain induced by the policy d has no more than one closed class of states, from which no escape is possible. Then

von. Potom $\pi_i^d(j) = \pi^d(j)$ pre všetky $i, j \in X$, kde $\pi^d(j) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} p_{i,j}^{(t)}(d)$ je limita t -krokových pravdepodobností prechodu do stavu $j \in X$ v zmysle Cesara (bez závislosti od počiatočného stavu i). Okamžitý dôsledok je, že kritériálna hodnota $A^d(i)$ je rovnaká pre všetky počiatočné stavy $i \in X$, ak stratégia d indukuje Markovov reťazec, ktorý nemá žiadne dve disjunktné uzavreté triedy stavov. Stratégia d je potom charakterizovaná tým, že:

$$A^d(i) = \sum_{j \in X} \bar{c}(j, d(j)) \pi^d(j) \equiv g^d, \quad \forall i \in X. \quad (25)$$

Nech

$$A^*(i) = \min_d A^d(i), \quad i \in X. \quad (26)$$

Stacionárna Markova stratégia d^* sa nazýva optimálna, ak

$$A^{d^*}(i) = A^*(i), \quad \forall i \in X. \quad (27)$$

Na určenie optimálnych stacionárnych Markovových stratégií poskytuje teória Markovových rozhodovacích procesov efektívne prostriedky [1], [2], akými sú metóda iterácie podľa stratégie, metóda iterácie podľa hodnoty, či formulácie prostredníctvom lineárneho programovania.

Optimálna stratégia d^* je optimálnou stratégiou riadenia zásob. Predpisuje najvhodnejšiu veľkosť doplnujúcej objednávky pre každú možnú aktuálnu úroveň zásob, ktorá sa zistí v ľubovoľnom okamihu rozhodovania. Aplikácia stratégie d^* počas nekonečného plánovacieho horizontu vedie k vynaloženiu minimálnej strednej hodnoty dlhodobých priemerných nákladov za jednotku času. Tým sú odhalené riadiace pravidlá pre ekonomicky efektívne dynamické riadenie operácií v podmienkach rizika v zásobovacom systéme s periodickou kontrolou.

Pristup založený na Markovových rozhodovacích modeloch možno použiť na riešenie optimalizačných problémov v riadení zásob s periodickou kontrolou vždy, keď je splnená markovovská vlastnosť. Ak sa proces dopytu líši od Poissonovho vstupného prúdu, avšak množstvá dopytu v intervaloch kontroly nasledujúcich po sebe sú navzájom nezávislé náhodné veličiny, je riadený vývoj zásobovacieho systému reprezentovaný Markovovým rozhodovacím procesom s diskretným časom. V [3] možno nájsť Markovove rozhodovacie modely riadenia zásob s diskretným časom a nekonečným horizontom pre tri varianty jednopoložkového zásobovacieho systému s periodickou kontrolou, kde veľkosti dopytu v intervaloch kontroly sú nezávislé a rovnako rozložené diskretné náhodné veličiny s konečnou množinou ich možných hodnôt.

4. Dodatok: Regeneratívna vlastnosť Poissonovho procesu

Poissonov proces je proces obnovy $\{N(t), t \geq 0\}$, kde doby V_k , $k = 1, 2, \dots$, medzi po sebe nasledujúcimi výskytmi obnov sú nezávislé a rovnako rozložené exponenciálne náhodné veličiny. Počet $N(t)$ obnov do času t je náhodná veličina s Poissonovou pravdepodobnostnou funkciou:

$\pi_i^d(j) = \pi^d(j)$ for all $i, j \in X$, where $\pi^d(j) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} p_{i,j}^{(t)}(d)$ is the

Cesaro limit of t -step transition probabilities into the state $j \in X$ (without dependence on the initial state i). The immediate consequence is that the criterion value $A^d(i)$ is the same for all initial states $i \in X$, if the policy d induces a Markov chain with no two disjoint closed classes of states. The policy d is then characterised by:

$$A^d(i) = \sum_{j \in X} \bar{c}(j, d(j)) \pi^d(j) \equiv g^d, \quad \forall i \in X. \quad (25)$$

Let

$$A^*(i) = \min_d A^d(i), \quad i \in X. \quad (26)$$

A stationary Markov policy d^* is said to be optimal if

$$A^{d^*}(i) = A^*(i), \quad \forall i \in X. \quad (27)$$

Efficient methods as policy iteration, value iteration or linear programming formulations are available [1], [2] in the theory of Markov decision processes to determine optimal stationary Markov policies.

Optimal policy d^* is the optimal inventory control policy. It prescribes the most appropriate value of the replenishment order size for each possible current inventory position that can be recognised at any decision epoch. The application of the policy d^* over the infinite planning horizon results in incurring the minimal long-run expected average cost per unit time. Hence, the control rules for the cost-effective dynamic operations management under risk in the periodic-review inventory system are revealed.

The approach based on the Markov decision modelling can be employed to solve optimisation problems in periodic-review inventory control whenever the Markovian property is satisfied. If the demand process differs from a Poisson arrival stream, but the demand quantities in consecutive review intervals are mutually independent random variables, a discrete-time Markov decision process represents the controlled evolution of the inventory system. The infinite horizon discrete-time Markov decision models of inventory control can be found in [3] for three variants of a single-item periodic-review inventory system, where demand sizes in review intervals are independent and identically distributed discrete random variables with a finite set of their possible values.

4. Appendix: The regenerative property of a Poisson process

The Poisson process is a renewal process $\{N(t), t \geq 0\}$, where the interoccurrence times V_k , $k = 1, 2, \dots$, between consecutive renewals are independent and identically distributed exponential random variables. The number $N(t)$ of renewals up to time t is a random variable with the Poisson probability mass function:

$$P\{N(t) = k\} = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots, t \geq 0. \quad (A0)$$

Ak s a u sú ľubovoľné nezáporné reálne čísla, potom aplikácia vety o úplnej pravdepodobnosti na počet $N(s + u)$ obnov od času 0 do času $s + u$ dáva:

$$\begin{aligned} P\{N(s + u) = n\} &= \sum_{k=0}^{\infty} P\{N(s + u) = n \mid N(s) = k\} P\{N(s) = k\} = \\ &= \sum_{k=0}^n P\{N(s + u) = n \mid N(s) = k\} e^{-\lambda s} \frac{(\lambda s)^k}{k!}, s, u \geq 0, n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (A1)$$

Na druhej strane, ak použijeme binomickú vetu na vyjadrenie n -tej mocniny súčtu $s + u$ vo vzorci pre pravdepodobnosť $P\{N(s + u) = n\}$ podľa pravdepodobnostnej funkcie (A0), dostaneme:

$$\begin{aligned} P\{N(s + u) = n\} &= e^{-\lambda(s+u)} \frac{[\lambda(s + u)]^n}{n!} = e^{-\lambda(s+u)} \frac{\lambda^n}{n!} (s + u)^n = e^{-\lambda(s+u)} \frac{\lambda^n}{n!} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} s^k u^{n-k} = \\ &= \sum_{k=0}^n e^{-\lambda s} e^{-\lambda u} \frac{\lambda^{n-k} \lambda^k}{n!} \frac{n!}{k!(n-k)!} s^k u^{n-k} = \sum_{k=0}^n e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{n-k}}{(n-k)!} e^{-\lambda s} \frac{(\lambda s)^k}{k!}, s, u \geq 0, n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (A2)$$

Porovnaním (A1) s (A2) a použitím (A0) vidíme, že pre Poissonov proces platí nasledujúca rovnica:

$$P\{N(s + u) = n \mid N(s) = k\} = e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{n-k}}{(n-k)!} = P\{N(u) = n - k\}, s, u \geq 0, k = 0, 1, \dots, n, n = 0, 1, 2, \dots \quad (A3)$$

Rovnica (A3) odráža na histórii nezávislý vývoj Poissonovho procesu.

Na zistenie rozdelenia pravdepodobnosti pre počet obnov od času $s \geq 0$ do času $t \geq s$ možno použiť vetu o úplnej pravdepodobnosti na pravdepodobnosť $P\{N(t) - N(s) = i\}$. Potom máme:

$$\begin{aligned} P\{N(t) - N(s) = i\} &= \sum_{j=0}^{\infty} P\{N(t) - N(s) = i \mid N(s) = j\} P\{N(s) = j\} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{P\{N(t) - N(s) = i, N(s) = j\}}{P\{N(s) = j\}} P\{N(s) = j\} = \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{P\{N(t) = j + i, N(s) = j\}}{P\{N(s) = j\}} P\{N(s) = j\} = \sum_{j=0}^{\infty} P\{N(t) = j + i \mid N(s) = j\} P\{N(s) = j\} = \sum_{j=0}^{\infty} P\{N(t - s) = i\} P\{N(s) = j\} = \\ &= P\{N(t - s) = i\} \sum_{j=0}^{\infty} P\{N(s) = j\} = P\{N(t - s) = i\}, t \geq s \geq 0, i = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (A4)$$

Rovnica (A3) bola použitá v (A4) pre zápis rovnosti $P\{N(t) = j + i \mid N(s) = j\} = P\{N(t - s) = i\}$. Rovnica (A4) deklaruje stacionárnosť (t. j. časovú homogénnosť) Poissonovho procesu.

Vzťah medzi predošlou históriou Poissonovho procesu a jej pokračovaním je pre časy $t \geq s \geq 0$ daný nasledujúcou rovnicou:

$$\begin{aligned} P\{N(t) - N(s) = i \mid N(s) = j\} &= \frac{P\{N(t) - N(s) = i, N(s) = j\}}{P\{N(s) = j\}} = \frac{P\{N(t) = j + i, N(s) = j\}}{P\{N(s) = j\}} = P\{N(t) = j + i \mid N(s) = j\} = \\ &= P\{N(t - s) = i\} = P\{N(t) - N(s) = i\}, t \geq s \geq 0, i, j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (A5)$$

Posledná rovnosť v (A5) vyplýva z (A4) a predposledná rovnosť z (A3). Rovnica (A5) ako priamy dôsledok rovnice (A3) ukazuje, že Poissonov proces má nezávislé prírastky.

$$P\{N(t) = k\} = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots, t \geq 0. \quad (A0)$$

If s and u are arbitrary non-negative real numbers, then an application of the law of total probability for the number $N(s + u)$ of renewals from time 0 to time $s + u$ yields:

$$\begin{aligned} P\{N(s + u) = n\} &= \sum_{k=0}^{\infty} P\{N(s + u) = n \mid N(s) = k\} P\{N(s) = k\} = \\ &= \sum_{k=0}^n P\{N(s + u) = n \mid N(s) = k\} e^{-\lambda s} \frac{(\lambda s)^k}{k!}, s, u \geq 0, n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (A1)$$

On the other hand, if we use the binomial theorem to express the n -th power of the sum $s + u$ in the formula for the probability $P\{N(s + u) = n\}$ according to the probability mass function (A0), we get:

$$\begin{aligned} P\{N(s + u) = n\} &= e^{-\lambda(s+u)} \frac{[\lambda(s + u)]^n}{n!} = e^{-\lambda(s+u)} \frac{\lambda^n}{n!} (s + u)^n = e^{-\lambda(s+u)} \frac{\lambda^n}{n!} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} s^k u^{n-k} = \\ &= \sum_{k=0}^n e^{-\lambda s} e^{-\lambda u} \frac{\lambda^{n-k} \lambda^k}{n!} \frac{n!}{k!(n-k)!} s^k u^{n-k} = \sum_{k=0}^n e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{n-k}}{(n-k)!} e^{-\lambda s} \frac{(\lambda s)^k}{k!}, s, u \geq 0, n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (A2)$$

Comparing (A1) with (A2) and using (A0) we see that the following equation holds for the Poisson process:

$$P\{N(s + u) = n \mid N(s) = k\} = e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^{n-k}}{(n-k)!} = P\{N(u) = n - k\}, s, u \geq 0, k = 0, 1, \dots, n, n = 0, 1, 2, \dots \quad (A3)$$

Equation (A3) reflects the history independent evolution of the Poisson process.

To find the probability distribution for the number of renewals from time $s \geq 0$ to time $t \geq s$, the law of total probability can be employed for the probability $P\{N(t) - N(s) = i\}$. Then we have:

$$\begin{aligned} P\{N(t) - N(s) = i\} &= \sum_{j=0}^{\infty} P\{N(t) - N(s) = i \mid N(s) = j\} P\{N(s) = j\} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{P\{N(t) - N(s) = i, N(s) = j\}}{P\{N(s) = j\}} P\{N(s) = j\} = \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{P\{N(t) = j + i, N(s) = j\}}{P\{N(s) = j\}} P\{N(s) = j\} = \sum_{j=0}^{\infty} P\{N(t) = j + i \mid N(s) = j\} P\{N(s) = j\} = \sum_{j=0}^{\infty} P\{N(t - s) = i\} P\{N(s) = j\} = \\ &= P\{N(t - s) = i\} \sum_{j=0}^{\infty} P\{N(s) = j\} = P\{N(t - s) = i\}, t \geq s \geq 0, i = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (A4)$$

Equation (A3) has been used in (A4) to write the equality $P\{N(t) = j + i \mid N(s) = j\} = P\{N(t - s) = i\}$. Equation (A4) declares the stationarity (i.e. the time homogeneity) of the Poisson process.

The relationship between a previous history of the Poisson process and its continuation is given for times $t \geq s \geq 0$ by the following equation:

$$\begin{aligned} P\{N(t) - N(s) = i \mid N(s) = j\} &= \frac{P\{N(t) - N(s) = i, N(s) = j\}}{P\{N(s) = j\}} = \frac{P\{N(t) = j + i, N(s) = j\}}{P\{N(s) = j\}} = P\{N(t) = j + i \mid N(s) = j\} = \\ &= P\{N(t - s) = i\} = P\{N(t) - N(s) = i\}, t \geq s \geq 0, i, j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (A5)$$

The last equality in (A5) follows from (A4) and the next to last equality from (A3). Equation (A5) as a straightforward consequence of the law of total probability and the stationarity of the Poisson process.

Rovnice (A4) a (A5)/(A3) potvrdzujú, že vývoj Poissonovho procesu po ľubovoľnom nezápornom reálnom časovom okamihu s je pravdepodobnostnou kópiou vývoja procesu od času 0 bez akejkoľvek závislosti od histórie procesu do času s . Poissonov proces sa teda regeneruje v ľubovoľnom bode času.

Podakovanie

Táto práca bola podporovaná Vedeckou grantovou agentúrou Ministerstva školstva Slovenskej republiky a Slovenskej akadémie vied grantom číslo 1/7211/20.

sequence of equation (A3) shows that the Poisson process has independent increments.

Equations (A4) and (A5)/(A3) confirm that the evolution of the Poisson process after an arbitrary non-negative real time epoch s is a probabilistic replica of the process evolution since time 0 without any dependence on the process history till time s . Hence, the Poisson process regenerates itself at any point of time.

Acknowledgement

This work was supported by Scientific Grant Agency of Ministry of Education of Slovak Republic and Slovak Academy of Sciences under grant No. 1/7211/20.

Literatúra - References

- [1] TIJMS, H. C.: *Stochastic Modelling and Analysis: A Computational Approach*. Wiley, Chichester, 1986
- [2] PUTERMAN, M. L.: *Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming*. Wiley, New York, 1994
- [3] BARTL, O.: Inventory control Markov decision models. In: *Second Scientific Conference "Effective Transport, the Way to European Union" - Section 1 & 2*. University of Pardubice, Pardubice, 1999, pp. 371-376

Štefan Peško *

PYRAMIDOVÁ METÓDA PRE ÚLOHU OBCHODNÉHO CESTUJÚCEHO

THE PYRAMIDAL METHOD FOR TRAVELING SALESMAN PROBLEM

Najkratší pyramidový cyklus (SPT) je dobre riešiteľný prípad úlohy obchodného cestujúceho (TSP), keď matica vzdialeností je Mongeho matica. Študuje sa heuristika pre maticu vzdialeností bez obmedzení, ktorá vychádza z opakovaného použitia metódy pre SPT. Nová procedúra pre výpočet SPT je založená na hľadaní najlacnejšej cesty v sieti. Dobré výsledky stochastickej verzie demonštrovannej metódy sa prezentujú už na riešených Euklidovských inštanciách TSP.

A shortest pyramidal tour (SPT) is a well-solved case of TSP when a distance matrix is the Monge matrix. We study heuristic repeating method for SPT with the distance matrix without restriction. A new procedure for computing SPT is based on a shortest path in the network. Good results for solved the Euclidean TSP instances with the stochastic version of the demonstrated method are presented.

1 Úvod

V tomto príspevku budeme používať terminológiu zavedenú Burkadom a Deinkom [1]. Úlohu obchodného cestujúceho (TSP) možno formulovať jednoducho a presne takto: Je daná $n \times n$ matica vzdialeností $C = (c_{ij})$, hľadá sa cyklická permutácia π množiny $N = \{1, 2, \dots\}$ ng minimalizujúca funkciu

$$c(\pi) = \sum_{i=1}^n c_{i,\pi(i)}. \quad (1)$$

Množinu celých čísel budeme značiť Z a budeme predpokladať, bez straty všeobecnosti, že $c_{ij} \in Z$. Budeme používať zátvorky $\langle \rangle$ na rozlíšenie reprezentácie cyklickej permutácie v tvare $\pi = \langle 1, \pi(1), \pi(\pi(1)), \dots \rangle$ vzhľadom na alternatívnu reprezentáciu $\pi = (\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n))$. Je známe, že úloha TSP je NP-ťažký problém. Viac informácií možno nájsť v monografii Lawler, Lenstra, Rinnooy Kan a Shomoys [2]. Niektoré špeciálne prípady úloh TSP sú riešiteľné v polynomiálnom čase vzhľadom na špeciálnu kombinatorickú štruktúru matice vzdialeností (kapitola 4 v [2]). Mezi nimi je úloha TSP s Mongeho maticou.

2 Mongeho matica

Matica $C = (c_{ij})$ typu $n \times n$ sa nazýva *Mongeho matica*, ak spĺňa nasledujúce podmienky pre všetky indexy $i, j, k, l \in N$ také, že pre $i < k$ a $j < l$

$$c_{i,j} + c_{k,l} \leq c_{i,l} + c_{k,j}. \quad (2)$$

F. Supnik [3] ukázal, že $\langle 1, 3, 5, \dots, 6, 4, 2 \rangle$ je riešením úlohy TSP so symetrickou Mongeho maticou. Na charakteristiku opti-

1 Introduction

In this paper we will use the terminology from Burkad and Deinko [1]. The *traveling salesman problem* (TSP) can be stated clearly and exactly in simple terms: Given an $n \times n$ distance matrix $C = (c_{ij})$, find a cyclic permutation π of the set $N = \{1, 2, \dots\}$ ng that minimize the function

$$c(\pi) = \sum_{i=1}^n c_{i,\pi(i)}. \quad (1)$$

We will note Z the set of integer numbers and presuppose without loss of generality that $c_{ij} \in Z$. We use brackets $\langle \rangle$ to distinguish the cyclic representation of a permutation in the form $\pi = \langle 1, \pi(1), \pi(\pi(1)), \dots \rangle$ from the alternative representation $\pi = (\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n))$. The TSP is known to be NP hard. For more information refer to Lawler, Lenstra, Rinnooy Kan and Shomoys [2]. Several special cases of the TSP are solvable in polynomial time, due to special combinatorial structures of the distance matrix, see the chapter 4 in [2]. Among them is TSP with a Monge matrix.

2 Monge matrix

An $n \times n$ matrix $C = (c_{ij})$ is called a *Monge matrix* if it satisfies the following conditions for all indices $i, j, k, l \in N$ with $i < k$ and $j < l$:

$$c_{i,j} + c_{k,l} \leq c_{i,l} + c_{k,j}. \quad (2)$$

Supnik [3] showed that the TSP with a symmetric Monge matrix is solved by the tour $\langle 1, 3, 5, \dots, 6, 4, 2 \rangle$. In order to cha-

* RNDr. Štefan Peško, CSc.

Faculty of Management Science and Informatics, University of Žilina, Slovak Republic

málneho riešenia úloh TSP s asymetrickými Mongeho maticami potreboval koncepciu *pyramidového cyklu*, t. j. permutácie π v tvare

$$\pi = \langle 1, i_1, i_2, \dots, i_r, n, j_1, j_2, \dots, j_{n-r-2} \rangle, \quad (3)$$

kde $i_1 < i_2 < \dots < i_r$ a $j_1 > j_2 > \dots > j_{n-r-2}$. Úloha TSP zúžená na triedu matic sa nazýva *pyramidovo riešiteľná*, ak pre ľubovoľnú maticu tejto triedy existuje optimálny pyramidový cyklus. Zatiaľ čo počet pyramidových cyklov s n mestami je exponenciálny k n , najkratší pyramidový cyklus možno nájsť pomocou dynamického programovania v čase $O(n^2)$. Viacerí autori [2], [4] ukázali, že úlohy TSP, ktoré sú zúžené na asymetrické Mongeho matice, sú pyramidovo riešiteľné.

Kombinatorická štruktúra matice vzdialeností závisí od očíslovania jej riadkov a stĺpcov. Matica $C = (c_{ij})$ sa nazýva *permutovaná Mongeho matica*, ak existuje taká permutácia φ jej riadkov a stĺpcov, že permutovaná matica $C_\varphi = (c_{\varphi(i)\varphi(j)})$ je Mongeho matica. Permutovaná Mongeho matica môže byť identifikovaná [4] v čase $O(n^2)$.

R. E. Burkad a V. G. Deinko [1] zaviedli relaxáciu Mongeho podmienky (2). Matica $C = (c_{ij})$ typu $n \times n$ sa nazýva *relaxovaná Mongeho matica* (RM-matica), ak spĺňa nasledujúce podmienky pre všetky indexy $i, i+1, j, j+1, l \in N$ také, že pre $i+1 < j \neq l$:

$$c_{i,i+1} + c_{jl} \leq c_{il} + c_{j,i+1} \quad (4)$$

$$c_{i+1,i} + c_{jl} \leq c_{i+1,l} + c_{ji} \quad (5)$$

Poznamenajme, že diagonálne prvky matice C nie sú zahrnuté v definícii relaxovanej Mongeho matice a môžu ostať naďalej nešpecifikované. Autori ukázali, že úloha TSP, zúžená na symetrické RM-matice, je pyramidovo riešiteľná. Je ukázané, že systém (4)-(5) je ekvivalentný so systémom s $O(n^2)$ nerovnosťami, takže úloha TSP s permutovanou RM-maticou je identifikovateľná a riešiteľná v čase $O(n^2)$.

3 Najkratší pyramidový cyklus

Ukážeme, že najkratší pyramidový cyklus možno hľadať ako najlacnejšiu cestu v špeciálne konštruovanej sieti v čase $O(n^2)$.

Asymetrická úloha TSP sa v teórii grafov formuluje nasledovne. Je daný ohodnotený úplný digraf $K = (\vec{K}_n, c)$, hľadá sa naj-

racterize optimal solution of the TSP with asymmetric Monge matrices one needs the concept of *pyramidal tour*, i.e. permutation π with

$$\pi = \langle 1, i_1, i_2, \dots, i_r, n, j_1, j_2, \dots, j_{n-r-2} \rangle, \quad (3)$$

where $i_1 < i_2 < \dots < i_r$ and $j_1 > j_2 > \dots > j_{n-r-2}$. The TSP restricted to a class of matrices is called *pyramidal solvable* if for every matrix in this class there is an optimal tour that is pyramidal. Although the number of pyramidal tours on n cities is exponential in n a minimum cost pyramidal tour can be determined in $O(n^2)$ time by a dynamic programming approach. It was shown by several authors in [2], [4] that the TSP restricted to asymmetric Monge matrices is pyramidally solvable.

The combinatorial structure of distance matrix depended on the numbering of rows and columns. A matrix $C = (c_{ij})$ is called a *permuted Monge matrix* if there is a permutation φ of its rows and columns such that the permuted matrix $C_\varphi = (c_{\varphi(i)\varphi(j)})$ is a Monge matrix. A permuted Monge matrix can be recognized in $O(n^2)$ time [4].

Burkad and Deinko [1] introduced a relaxation of the Monge condition (2). An $n \times n$ matrix $C = (c_{ij})$ is called a *relaxed Monge matrix* (RM-matrix) if it satisfies the following conditions for all indices $i, i+1, j, j+1, l \in N$ with $i+1 < j \neq l$:

$$c_{i,i+1} + c_{jl} \leq c_{il} + c_{j,i+1} \quad (4)$$

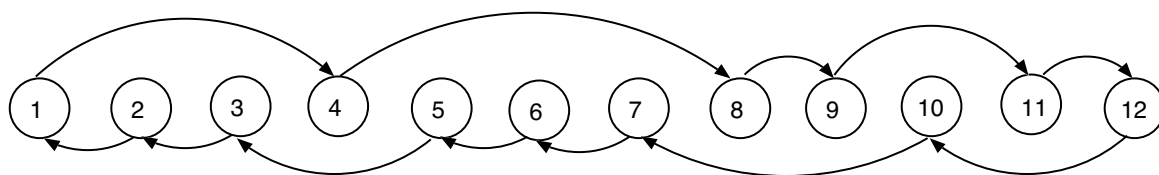
$$c_{i+1,i} + c_{jl} \leq c_{i+1,l} + c_{ji} \quad (5)$$

Note that diagonal elements of C are not involved in the definition of relaxed Monge matrices and thus may as well remain unspecified. Authors showed that the TSP restricted to symmetric RM-matrices is pyramidally solvable. It is shown that the system (4)-(5) is equivalent to the system of $O(n^2)$ inequalities, so the TSP with a permuted RM-matrix can be recognized and solved in $O(n^2)$ time.

3 Shortest pyramidal tour

We show that the shortest pyramidal tour can be recognized as a minimal path in the special constructed network in $O(n^2)$ time.

The asymmetric TSP is stated in the graph theory as follows. Given weighted complete digraph $K = (\vec{K}_n, c)$, find a Hamilto-



Obr. 1. Pyramidový cyklus v K
Fig. 1. Pyramidal tour in K

lacnejší Hamiltonovský cyklus $C_\pi = [\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n)]$. V tomto príspevku budeme nazývať Hamiltonov cyklus, t. j. a cyklus obsahujúci všetky vrcholy 0, cyklus. Príklad pyramidového cyklu $\langle 1, 4, 8, 9, 11, 12, 10, 7, 6, 5, 3, 2 \rangle$ v $\vec{K}_{12}$ je na obr. 1.

Združeným digrafom pre pyramidový cyklus $\varphi = \langle 1, n, n-1, \dots, 2 \rangle$ je sieť $G^\varphi = (\{s\} \cup U \cup V \cup \{t\}, A, d)$, ktorá má $2n$ vrcholov, jeden zdroj s a jedno ústie t , pričom

$$\begin{aligned} U &= \{u_2, u_3, \dots, u_{n-1}\} \\ V &= \{v_2, v_3, \dots, v_{n-1}\} \\ A &= A_s^+ \cup A_s^- \cup A_{<}^+ \cup A_{<}^- \cup A_f^+ \cup A_f^- \cup A_t^+ \cup A_t^- \\ A_s^+ &= \{[s, u_j] : u_j \in U\} \\ A_s^- &= \{[s, v_j] : v_j \in V\} \\ A_t^+ &= \{[u_i, t] : u_i \in U\} \\ A_t^- &= \{[v_i, t] : v_i \in V\} \\ A_f^+ &= \{[u_k, v_k] : u_k \in U, v_k \in V\} \\ A_f^- &= \{[v_k, u_k] : u_k \in U, v_k \in V\} \\ A_{<}^+ &= \{[u_i, u_j] \in U \times U : i < j\} \\ A_{<}^- &= \{[v_i, v_j] \in V \times V : i < j\} \end{aligned}$$

Ohodnotenie hrán $d : A \rightarrow Z$ sa definuje

$$d(h) = \begin{cases} 0 & \text{ak } h \in A_f \\ c_{1, k+1} + \sum_{j=2}^k c_{j, j-1} & \text{ak } h = [s, u_k] \in A_s^+ \\ c_{k+1, 1} + \sum_{j=2}^k c_{j-1, j} & \text{ak } h = [s, v_k] \in A_s^- \\ c_{kn} + \sum_{j=k+1}^n c_{j, j-1} & \text{ak } h = [u_k, t] \in A_t^+ \\ c_{nk} + \sum_{j=k+2}^n c_{j-1, j} & \text{ak } h = [v_k, t] \in A_t^- \\ c_{ij} + \sum_{l=i+2}^{j-1} c_{l, l-1} & \text{ak } h = [u_i, u_k] \in A_{<}^+ \\ c_{ji} + \sum_{l=i+1}^{j-1} c_{l-1, l} & \text{ak } h = [v_i, v_k] \in A_{<}^- \end{cases} \quad (6)$$

Špeciálny sled $[1, 4, 3, 5, 4, 8, 7, 10, 9, 11, 10, 12]$, ktorý je jednoducho združený s pyramidovým cyklom $\pi = \langle 1, 4, 8, 9, 11, 12, 10, 7, 6, 5, 3, 2 \rangle$ v digrafe K s pyramidovým cyklom $\varphi = \langle 1, 12, 11, \dots, 2 \rangle$, je reprezentovaný bodkovanými šípkami na obr. 2. Najlacnejší pyramidový cyklus v K možno nájsť ako najlacnejší cyklus

nian cycle $C_\pi = [\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n)]$ of minimal cost. In this paper we call a Hamiltonian cycle, i.e. a cycle containing all vertices in $\vec{K}_n$, a tour. Example of pyramidal tour $\langle 1, 4, 8, 9, 11, 12, 10, 7, 6, 5, 3, 2 \rangle$ in $\vec{K}_{12}$ is shown in Figure 1.

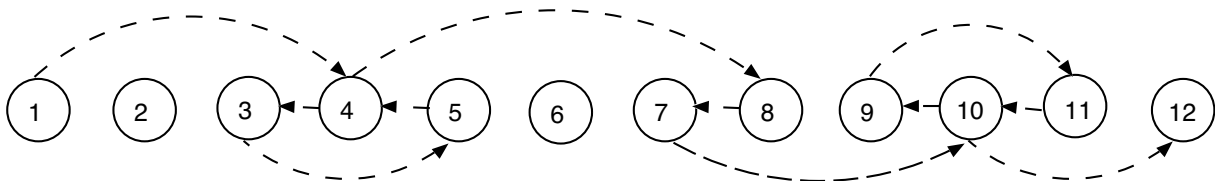
The associated digraph for the pyramidal tour $\varphi = \langle 1, n, n-1, \dots, 2 \rangle$ is the network $G^\varphi = (\{s\} \cup U \cup V \cup \{t\}, A, d)$ having $2n$ vertices with one source s and one sink t where

$$\begin{aligned} U &= \{u_2, u_3, \dots, u_{n-1}\} \\ V &= \{v_2, v_3, \dots, v_{n-1}\} \\ A &= A_s^+ \cup A_s^- \cup A_{<}^+ \cup A_{<}^- \cup A_f^+ \cup A_f^- \cup A_t^+ \cup A_t^- \\ A_s^+ &= \{[s, u_j] : u_j \in U\} \\ A_s^- &= \{[s, v_j] : v_j \in V\} \\ A_t^+ &= \{[u_i, t] : u_i \in U\} \\ A_t^- &= \{[v_i, t] : v_i \in V\} \\ A_f^+ &= \{[u_k, v_k] : u_k \in U, v_k \in V\} \\ A_f^- &= \{[v_k, u_k] : u_k \in U, v_k \in V\} \\ A_{<}^+ &= \{[u_i, u_j] \in U \times U : i < j\} \\ A_{<}^- &= \{[v_i, v_j] \in V \times V : i < j\} \end{aligned}$$

The weight of arcs is $d : A \rightarrow Z$ with

$$d(h) = \begin{cases} 0 & \text{if } h \in A_f \\ c_{1, k+1} + \sum_{j=2}^k c_{j, j-1} & \text{if } h = [s, u_k] \in A_s^+ \\ c_{k+1, 1} + \sum_{j=2}^k c_{j-1, j} & \text{if } h = [s, v_k] \in A_s^- \\ c_{kn} + \sum_{j=k+1}^n c_{j, j-1} & \text{if } h = [u_k, t] \in A_t^+ \\ c_{nk} + \sum_{j=k+2}^n c_{j-1, j} & \text{if } h = [v_k, t] \in A_t^- \\ c_{ij} + \sum_{l=i+2}^{j-1} c_{l, l-1} & \text{if } h = [u_i, u_k] \in A_{<}^+ \\ c_{ji} + \sum_{l=i+1}^{j-1} c_{l-1, l} & \text{if } h = [v_i, v_k] \in A_{<}^- \end{cases} \quad (6)$$

The dotted arrows in Figure 2 represent a special walk $[1, 4, 3, 5, 4, 8, 7, 10, 9, 11, 10, 12]$ which is a sample associated with the pyramidal tour $\pi = \langle 1, 4, 8, 9, 11, 12, 10, 7, 6, 5, 3, 2 \rangle$ in the digraph K with the pyramidal tour $\varphi = \langle 1, 12, 11, \dots, 2 \rangle$.



Obr. 2. Sled pre pyramidový cyklus v K

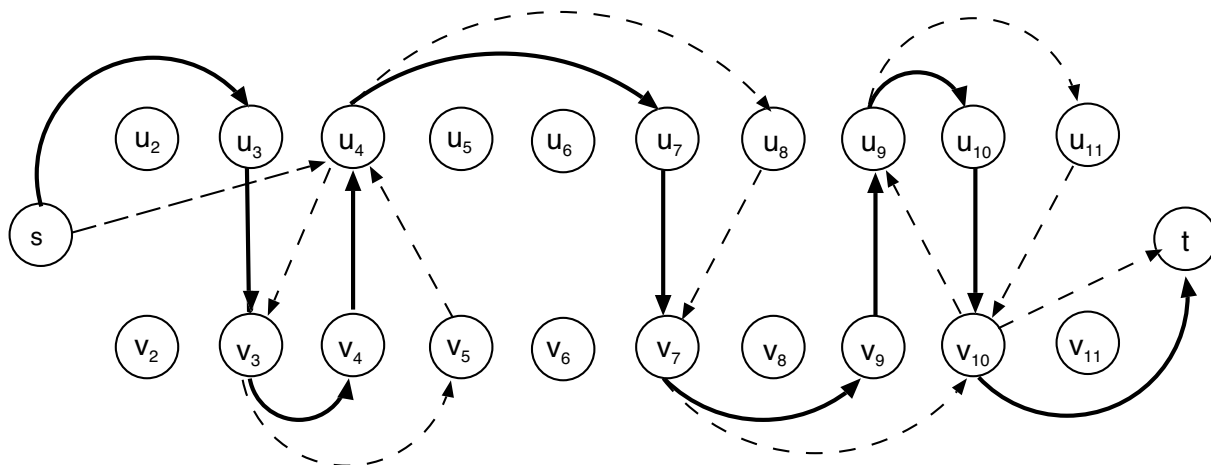
Fig. 2. Walk for pyramidal tour in K

z cyklov indukovaných najlacnejšou $s - t$ cestou v združenej sieti G^φ a cyklu φ . Ako môžeme vidieť na obr. 3 sled pre cyklus π je

The shortest pyramidal tour in K can be found as a minimal tour from the tour induced by the shortest $s - t$ path in the

zobrazený bodkovými šípkami a indukovaná cesta hrubými šípkami.

associated network G^φ and the tour φ . As we see in Figure 3 a walk by tour π is figured by dotted arrows and the induced path by bold arrows. The admissible walk in the graph K is the



Obr. 3. Cesta a sled pre pyramidový cyklus v G^φ
Fig. 3. Path and walk for pyramidal tour in G^φ

Pripustný sled v digrafe K je len fiktívny sled v sieti G^π . Najlacnejšia $s - t$ cesta je jeden spôsob ako vybrať náš špeciálny najlacnejší sled, ktorý je združený s pyramidovým cyklom. Pretože sieť G^φ je acyklická a $|A| = 2((n-2) + (n-1) + \dots + 1) = O(n^2)$ najlacnejšiu $s - t$ cestu možno nájsť v čase $O(n^2)$ napr. Bellman-Fordovou metódou [2].

4 Algoritmus

Použijeme prezentovaný grafový algoritmus na hľadanie pyramidového cyklu v digrafe K ako základ pre dve heuristické algoritmy na riešenie asymetrickej úlohy TSP. Symetrický prípad študujeme ako špeciálny prípad, keď $c_{ij} = c_{ji}$.

Nech $\epsilon = (2, 3, \dots, n, 1)$ a definujeme množinu $X(\psi) = \{\psi, \psi\epsilon, \dots, \psi\epsilon_{n-1}\}$, t. j.

$$X(\psi) = [(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{n-1}, \psi_n), (\psi_2, \psi_3, \dots, \psi_n, \psi_1), (\psi_3, \psi_4, \dots, \psi_1, \psi_2), \dots, (\psi_n, \psi_1, \dots, \psi_{n-1})].$$

Definujeme $K_\omega = (\vec{K}_n, c_\omega)$ kde $\omega \in X(\psi)$ a cena hrany $[i, j]$ je $c_\omega[i, j] = c_{\omega(i)\omega(j)}$. Deterministická heuristická metóda na hľadanie optimálneho riešenia π^* v K je zapísaná ako algoritmus v Paskale:

```
function  $\pi^* = \text{PYRAMIDAL}(X(\omega))$ 
begin
   $\pi^* := \langle \omega_1, \omega_n, \omega_{n-1}, \dots, \omega_2 \rangle$ ;
   $\varphi := \langle \omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n \rangle$ ;
  while  $\pi^* \neq \varphi$  do begin
    for  $\omega \in X(\varphi)$  do begin
      find shortest pyramidal tour  $\pi$  in  $K_\omega$ ;
```

fictive walk in the network G^π only. The shortest $s - t$ path is only one way how to select our special shortest walk which is associated with a pyramidal tour. Since the network G^φ is acyclic and $|A| = 2((n-2) + (n-1) + \dots + 1) = O(n^2)$ shortest $s - t$ path can be found in time $O(n^2)$, e.g. by Bellman-Ford method [2].

4 Algorithm

We use the presented graph algorithm for searching the pyramidal path in digraph K as a base of two heuristic algorithms for solving asymmetric TSP. We can study the symmetric TSP as a special case when $c_{ij} = c_{ji}$.

Let $\epsilon = (2, 3, \dots, n, 1)$ and define the set $X(\psi) = \{\psi, \psi\epsilon, \dots, \psi\epsilon_{n-1}\}$, i.e.

$$X(\psi) = [(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{n-1}, \psi_n), (\psi_2, \psi_3, \dots, \psi_n, \psi_1), (\psi_3, \psi_4, \dots, \psi_1, \psi_2), \dots, (\psi_n, \psi_1, \dots, \psi_{n-1})].$$

We define $K_\omega = (\vec{K}_n, c_\omega)$ where $\omega \in X(\psi)$ and the weight of arc $[i, j]$ is $c_\omega[i, j] = c_{\omega(i)\omega(j)}$. The deterministic heuristic method for searching the optimal solution π^* in K in a Pascal-like algorithm is:

```
function  $\pi^* = \text{PYRAMIDAL}(X(\omega))$ 
begin
   $\pi^* := \langle \omega_1, \omega_n, \omega_{n-1}, \dots, \omega_2 \rangle$ ;
   $\varphi := \langle \omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n \rangle$ ;
  while  $\pi^* \neq \varphi$  do begin
    for  $\omega \in X(\varphi)$  do begin
      find shortest pyramidal tour  $\pi$  in  $K_\omega$ ;
```



```

        if  $c(\pi^*) > c(\pi)$  then begin
             $\varphi := \pi^*, \pi^* := \pi$ ;
        end
    end
end
end PYRAMIDAL ( $X(\omega)$ ).

```

Algoritmus PYRAMIDAL(X) vracia riešenie π^* , ktoré závisí od štartujúcej množiny $X(\omega)$. Napríklad môžeme položiť $\omega = \epsilon$. Táto vlastnosť môže byť potlačená nasledujúcim stochastickým algoritmom. Budeme používať náhodný generátor RANDOM PERMUTATION(N) cyklickej permutácie množiny N .

```

function  $\pi^* = \text{RANDOM}\backslash\text{PYRAMIDAL}$ 
begin
    step := 0;
     $\pi^* := \text{RANDOM}\backslash\text{PERMUTATION}(N)$ ;
    while step < n do begin
        step := step + 1;
         $\psi := \text{RANDOMn PERMUTATION}(N)$ ;
         $\pi := \text{PYRAMIDAL}(X(\psi))$ ;
        if  $c(\pi^*) > c(\pi)$  then begin
             $\pi^* = \pi, \text{step} := 0$ ;
        end
    end
end RANDOM\PYRAMIDAL

```

Nie je jednoduché študovať ich zložitosť, pretože while cyklus končí po n neúspešných hľadániach. Počítačové experimenty ukazujú, že PYRAMIDAL metóda má zložitosť $O(n^3)$ a RANDOM PYRAMIDAL metóda zložitosť $O(n^4)$:

5 Výsledky

Pascalovský program algoritmu RANDOM_PYRAMIDAL sme použili na niektoré [6] publikované Euklidovské inštancie úloh TSP s najlepšími známymi riešeniami.

Výsledky vybraných Euklidovských inštancií z TSPLIB Tab. 1

Inšancia	Rozmer n	Najlepšie známe riešenie	Pyramidové riešenie	Pomer
berlin52	52	57642	57642	1,0000
eil76	76	306	306	1,0000
rd100	100	7910	7910	1,0000
ch130	130	6110	6124	1,0023
ch150	150	6528	6526	0,9997
tsp225	225	3919	3919	1,0000
pcd442	442	50778	51353	1,0113

Zhrnutie výsledkov experimentov možno vidieť v tabuľke 1. Pre inštanciu ch150 sa podarilo nájsť lepšie riešenie než je publikované. Stochastická analýza oboch heuristik môže byť zaujímavá

```

        if  $c(\pi^*) > c(\pi)$  then begin
             $\varphi := \pi^*, \pi^* := \pi$ ;
        end
    end
end
end PYRAMIDAL ( $X(\omega)$ ).

```

The algorithm PYRAMIDAL(X) returns the solution π^* which depends on start set $X(\omega)$. For example, we can set $\omega = \epsilon$. This property can be suppressed by the following stochastic algorithm. We will use a random generator RANDOM PERMUTATION(N) of the cyclic permutation of the set N .

```

function  $\pi^* = \text{RANDOM}\backslash\text{PYRAMIDAL}$ 
begin
    step := 0;
     $\pi^* := \text{RANDOM}\backslash\text{PERMUTATION}(N)$ ;
    while step < n do begin
        step := step + 1;
         $\psi := \text{RANDOMn PERMUTATION}(N)$ ;
         $\pi := \text{PYRAMIDAL}(X(\psi))$ ;
        if  $c(\pi^*) > c(\pi)$  then begin
             $\pi^* = \pi, \text{step} := 0$ ;
        end
    end
end RANDOM\PYRAMIDAL

```

It is not easy to study complexity of these algorithms because while cycles terminate after n unsuccessful searchings. The computation experiments show that PYRAMIDAL method has complexity $O(n^3)$ and RANDOM PYRAMIDAL has complexity $O(n^4)$:

5 Results

Using the PASCAL program for the algorithm RANDOM_PYRAMIDAL on an Euclidean TSP we have obtained the best known solutions in almost selected instances [6].

Results of selected Euclidean instances from TSPLIB Tab. 1

Instance	Size n	Best known solution	Pyramidal solution	Ratio
berlin52	52	57642	57642	1.0000
eil76	76	306	306	1.0000
rd100	100	7910	7910	1.0000
ch130	130	6110	6124	1.0023
ch150	150	6528	6526	0.9997
tsp225	225	3919	3919	1.0000
pcd442	442	50778	51353	1.0113

A summary of the results can be seen in Table 1. In instance ch150 a better solution was found than the one already published. The probabilistic analysis of both heuristics may be very inter-

ako aj navrhnutý smer vývoja aproximačného algoritmu pre úlohu TSP. Mohli by byť zaujímavé tiež štúdie pyramidových vlastností ďalších *NP*-ťažkých kombinatorických optimalizačných problémov.

esting an well as a proposed direction in the development of TSP approximation algorithm. It would be interesting to study the pyramidal property for other *NP*-hard combinatorial optimization problems.

Literatúra - References

- [1] R. E. BURKAD, V. G. DEINKO: *On the traveling salesman problem with a relaxed Monge matrix*, Spezialforschungsbereich F003, Optimierung und Kontrolle, Karl-Franzens-Universit. at Graz & Technische Univesit. at Graz (1998), 1-10
- [2] E. L. LAWLER, J. K. LENSTRA, A. H. G. RINNOOY KAN AND D. B. SHMOYS: *The Traveling Salesman problem*, Wiley, Chichester, 1985
- [3] F. SUPNIK: *Extreme Hamiltonian line*, Annals of Math. 66, (1957), 1957-201
- [4] V. M. DEMIDENKO AND V. L. FILONENKO: *On the reconstruction of special structured matrices*, Aktualnyje Problemy EVM i programirovanije, Dnepropetrovsk, DGU, 1979, (in Russian)
- [5] E. L. LAWLER: *Shortest path and network flow algorithms*, in Discrete Optimization I, Annals of discrete mathematics 4, North-Holland, 1979
- [6] G. REINELT: *TSPLIB - A Traveling Salesman Problem Library*, <http://www.iwr.uni-heidelberg.de/comopt/soft/TSPLIB95/TSPLIB.htm>
- [7] I. STANKOVIANSKÁ A: *The Capacited Arc Problems on Transportation Networks (Hranovokapacitné úlohy na dopravných sieťach)*, -dissertation, Žilina, (1996), (in Slovak)

Jaroslav Janáček *

DOPRAVNO-OPTIMÁLNY ROZKLAD REGIÓNŮ

TRANSPORT-OPTIMAL PARTITIONING OF A REGION

V tomto článku sa zaoberáme úlohou členenia obývaného regiónu. Takéto členenie sa vykonáva kedykoľvek sa mení verejnosprávna sústava. Na dostupnosť služieb má vplyv aj formovanie podregiónov a umiestnenie ich stredísk. Ak je služba poskytovaná obyvateľom umiestnená v stredisku podregiónu, môže byť vyčíslená dostupnosť a môže byť riešená úloha optimálneho rozkladu regiónu a umiestnenia stredísk. Tento článok uvádza rôzne úlohy rozkladu a príslušné metódy ich riešenia pre rozsiahle prípady z praxe.

1. Úvod

Štruktúra každej verejno-správnej sústavy odráža lokálne a globálne politické udalosti a má do istej miery vplyv na sociálne záležitosti. Okrem týchto súvislostí štruktúra ovplyvňuje dĺžku cesty, ktorú musí obyvateľ regiónu prejsť, aby sa dostal k službe, ktorá je obvykle umiestnená v stredisku regiónu. Túto dopravnú charakteristiku je možné ľahko vyhodnotiť a aj keď nemôže byť považovaná za univerzálne kritérium kvality verejnosprávnej sústavy, mala by byť povinnou časťou každého návrhu verejnosprávnej sústavy.

Dostupnosť služieb ako meradlo kvality verejnosprávnej sústavy môže byť definované ako priemerná dĺžka, ktorú musí precestovať obyvateľ podregiónu, aby dosiahol najbližšie stredisko podregiónu. Toto kritérium kvality môže byť vyhodnotené pre ľubovoľný návrh štruktúry verejnosprávnej sústavy, danej umiestnením stredísk podregiónov za predpokladu, že príslušné podregióny sú vytvorené priradením obyvateľa k najbližšiemu stredisku podregiónu. Navyše je možné formulovať a riešiť úlohu optimálneho výberu umiestnení stredísk podregiónov za danej množiny možných umiestnení tak, aby výsledné kritérium dostupnosti bolo čo najlepšie.

Kritérium dostupnosti nepokrýva celkom pojem kvality návrhu verejnosprávnej sústavy, pretože pojem kvalita má aj ekonomické aspekty. Tieto aspekty nedovoľujú ani vytvoriť ľubovoľný počet podregiónov, ani umiestniť strediská podregiónov v ľubovoľných miestach. To je dôvod, prečo obmedzenie počtu podregiónov vstúpuje do tejto úlohy ako protiváha dostupnosti.

This paper deals with a problem of inhabited region partitioning. The partitioning is performed when a public administration system is changed. Location of subregion centres is usually connected with the partitioning. Both of these activities, the location subregions centres and forming of the subregions, have impacted public service accessibility. When the service provided to inhabitants is concentrated in the subregion centres, accessibility can be evaluated and the problem of optimal partitioning and centre location can be solved. This paper shows various partitioning problems and reports on associated solution techniques and results obtained for real-sized instances.

1. Introduction

The structure of any public administration system reflects local and global political affairs and has an affect upon social events to some extent. Beside these connections, the structure influences the length of a trip, which has to be travelled by an inhabitant of a region to access a service that is usually located at a regional centre. This transport characteristics of a public administration structure is easy to evaluate and even if it cannot be considered as universal quality criterion of a public administration system, it should be an obligatory part of every public administration system design.

The service accessibility as a measure of the public administration system quality can be defined as average length, which must be travelled by an inhabitant of the subregion to reach the closest subregion centre. This quality criterion is possible to evaluate for any public administration system structure design given by subregion centre locations on consideration that the associated subregions are formed by assignment of an inhabitant to the closest subregion centre. Furthermore, it is possible to formulate and solve the problem of optimal selection of subregion centre locations from a given set of possible locations, so the resulting accessibility criterion would be the best possible.

However, the accessibility criterion does not cover the whole term of the quality of public administration system design, because this term "quality" even has economical aspects. These aspects allow neither to form an arbitrary number of subregions nor to locate subregional centres in arbitrary places. That is why the constraint on the number of subregions enters this problem as a counterbalance to the accessibility.

* Prof. RNDr. Jaroslav Janáček, CSc.

Department of Transportation Networks, Faculty of Management Science and Informatics, University of Žilina, 01026,
E-mail: jardo@frdsa.fri.utc.sk

V rozsahu tohto článku sa pokúsime odhadnúť vplyv počtu podregiónov na priemernú dopravnú záťaž obyvateľa. Ďalej budeme študovať dôsledky požiadavky na rovnomerné rozdelenie obyvateľov medzi navrhovanými podregiónmi z hľadiska využitia výpočtových metód.

2. Úloha dopravno-optimálneho rozkladu regiónu

V nasledujúcej sekcii budeme predpokladať, že v celom regióne je daná dopravná sieť. Sieť spája n obcí a je známy počet obyvateľov b_j v každom mieste $j = 1, \dots, n$. Označujeme $\{d_{ij}\}$ maticu vzdialeností medzi každou dvojicou obcí. Naším cieľom je vytvoriť p zhľukov (podregiónov) obcí a určiť pre každý zhľuk S_k , $k = 1, \dots, p$ jedno stredisko i_k podregiónu z množiny možných umiestnení stredísk $\{1, \dots, m\}$ tak, aby miera dostupnosti, daná nasledujúcim výrazom, bola čo najmenšia.

$$\left(\sum_{k=1}^p \sum_{j \in S_k} b_j d_{i_k j} \right) / \left(\sum_{j=1}^n b_j \right) = \sum_{k=1}^p \sum_{j \in S_k} c_{i_k j}$$

Uvedený výraz vyjadruje priemernú vzdialenosť obyvateľa od strediska podregiónu a koeficient $c_{i_k j}$ je príspevok miesta j k tomuto kritériu v prípade, že miesto je priradené k stredisku i_k .

Označme $x_{ij} \in \{0, 1\}$ nula-jednotkovú premennú, ktorá vyjadruje, či obec j má alebo nemá byť priradená stredisku podregiónu i . Nula - jednotková premenná $y_i \in \{0, 1\}$ modeluje rozhodnutie, či stredisko podregiónu má alebo nemá byť umiestnené v mieste i . Potom model optimálneho vytvárania podregiónov môže byť zapísaný nasledujúcim spôsobom:

$$\text{minimalizujte } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{za podmienok } \sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad \text{pre } j = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \text{pre } i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq p \quad (4)$$

$$x_{ij}, y_i \in \{0, 1\} \quad \text{pre } i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n. \quad (5)$$

Čo je úloha o p -mediáne v sieti s kladnými ohodnoteniami hrán.

V modeli podmienky (2) zabezpečujú, aby každá obec bola priradená práve jednému miestu z množiny možných umiestnení. Podmienky (3) spôsobujú, že ak je obec priradená niektorému z možných miest, tak tam bude umiestnené stredisko podregiónu. Podmienka (4) nepovoľuje prekročiť požadovaný počet podregiónov. Skutočnosť, že ohodnotenia hrán sú kladné spôsobujú, že bude umiestnených presne p stredísk.

3. Riešenie úlohy dopravno-optimálneho rozkladu regiónu

Zavedme Lagrangeov multiplikátor f pre podmienku (4), ktorá bude uvoľnená, potom úloha (1) - (5) môže byť preformulovaná nasledujúcim spôsobom:

Within scope of this paper, we try to estimate an influence of the number of subregions to an inhabitant's average transport load. Furthermore, we shall study consequences of the demand on uniform distribution of inhabitants over designed subregions from the point of exploitation of the computational methods.

2. Transport-optimal region partitioning problem

In the following sections, we shall assume that a transport network covers the whole region. The network connects n dwelling places and there is known number b_j of inhabitants at each place $j = 1, \dots, n$. We denote $\{d_{ij}\}$ matrix of distances between each pair of dwelling places. Our goal is to form p clusters (subregions) of dwelling places and to determine one subregional centre i_k for each cluster S_k , $k = 1, \dots, p$ from a set of possible centre locations $\{1, \dots, m\}$, so the measure of accessibility given by the following expression be as small as possible.

$$\left(\sum_{k=1}^p \sum_{j \in S_k} b_j d_{i_k j} \right) / \left(\sum_{j=1}^n b_j \right) = \sum_{k=1}^p \sum_{j \in S_k} c_{i_k j}$$

The referred term expresses the average distance of inhabitant to subregional centre and the coefficient $c_{i_k j}$ is the contribution of the dwelling place j to this criterion in the case that the dwelling place is assigned to the centre i_k .

Let us denote $x_{ij} \in \{0, 1\}$ the zero - one variable, which expresses if dwelling place j should or should not be assigned to subregional centre i . Zero - one variable $y_i \in \{0, 1\}$ models the decision if a subregional centre should or should not be located at place i . Then a programme of optimal subregion forming may be completed in the following way:

$$\text{minimise } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad \text{for } j = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \text{for } i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq p \quad (4)$$

$$x_{ij}, y_i \in \{0, 1\} \quad \text{for } i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n. \quad (5)$$

What is p -median problem in a network with positive weights of edges? In this programme, constraints (2) ensure that each dwelling place must be assigned to exactly one place from the set of possible locations. Constraints (3) cause a subregion centre to be placed at possible location i whenever some dwelling place is assigned to the location. Constraint (4) does not allow to overstep the demanded number of subregions. The fact that all weights of edges are positive causes that p centres will be placed.

3. A technique for transport-optimal region partitioning problem

Let us introduce Lagrangean multiplier f for constraint (4), which is to be relaxed, and then the problem (1) - (5) can be reformulated this way:

Nájdite $f \geq 0$, také, aby hodnoty premenných y_i , $i = 1, \dots, m$ optimálneho riešenia úlohy (6), (2), (3), (5) spĺňali podmienku (4) ako rovnosť. Uvažovaná účelová funkcia je

$$\sum_{i=1}^m f y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}. \quad (6)$$

Ak f je pevne zvolené, potom model (6), (2), (3), (5) opisuje kapacitne neobmedzenú umiestňovaciu úlohu. Pre riešenie úlohy s nezápornými hodnotami f a $[c_{ij}]$, sme vyvinuli a implementovali procedúru *BBDual* [1], [3], [4]. Pri testovaní v priebehu výpočtových experimentov s veľkými sieťami, procedúra preukázala svoju schopnosť riešiť rozsiahle úlohy dostatočne rýchlo na to, aby ju bolo možné používať opakovane v zložitejších algoritmoch. Aby sme našli požadovanú hodnotu f , konštruovali sme algoritmus, v ktorom funkcia $Q(f, c)$ vydáva počet premenných y_i , ktorých hodnota je rovná jednej v optimálnom riešení úlohy (6), (2), (3), (5) pre zadané f, c .

0. Položte $f_{\min} = 0$, $f_{\max} = \sum_{j=1}^n \max\{c_{ij} : i = 1, \dots, m\}$,

$$f = (f_{\max} - f_{\min})/2.$$

1. Pokiaľ $(Q(f, c) \neq p)$ a $(f_{\max} - f_{\min} \geq \epsilon)$ opakujte.
Ak $(Q(f, c) > p)$, potom položte $f_{\min} = f$, inak položte $f_{\max} = f$.
Položte $f = (f_{\max} - f_{\min})/2$.

Optimálne riešenie $\langle y, x \rangle$ úlohy (6), (2), (3), (5) pre výsledné f nemusí nutne spĺňať podmienku (4) ako rovnosť. Napríklad pre sieť na obr. 1 neexistuje žiadne f také, pre ktoré by optimálne riešenie (6), (2), (3), (5) spĺňalo podmienku (4) ako rovnosť. V sieti na obr. 1 sa predpokladá $b_j = 1$ pre obce $j = 1, \dots, 10$, ďalej že množina možných umiestnení je totožná s množinou obcí a že $p = 2$.

Po vykonaní experimentov na reálnych sieťach uvedených v nasledujúcej sekcii bolo zistené, že vyššie uvedený algoritmus vo všetkých prípadoch našiel riešenie s požadovaným počtom podregiónov.

4. Úloha kapacitne obmedzeného rozkladu regiónu

V tejto sekcii sa budeme zaoberať prípadom, keď treba okrem podmienky neprekročenia maximálneho počtu p podregiónov riešiť aj podmienku, že počet obyvateľov žiadneho podregiónu nesmie byť menší ako zadaný počet q . Táto úloha je riešiteľná iba ak platí nasledujúca nerovnosť $q < b/p$, kde b označuje celkový počet obyvateľov v delenom regióne. Navyše, ak je splnená podmienka $b/(p+1) < q$ podmienka (4) nemusí byť súčasťou príslušného modelu.

Find $f \geq 0$, so that values of variables y_i , $i = 1, \dots, m$ of the optimal solution of problem (6), (2), (3), (5) meet constraint (4) as equality. The considered objective function is

$$\sum_{i=1}^m f y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}. \quad (6)$$

If f is fixed, then problem (6), (2), (3), (5) forms an incapacitated location problem. To solve the problem for nonnegative values of f and $[c_{ij}]$, we devised and implemented procedure *BBDual* [1], [3], [4]. Being tested during computational experiments with large networks, the procedure proved to be able to solve large-sized problems quickly enough to be used repeatedly in more complicated algorithms.

To find demanded value f , we have completed an algorithm, in which function $Q(f, c)$ gives number of variables y_i , which value is equal to one in the optimal solution of problem (6), (2), (3), (5) for given f, c .

0. Set $f_{\min} = 0$, $f_{\max} = \sum_{j=1}^n \max\{c_{ij} : i = 1, \dots, m\}$, $f = (f_{\max} - f_{\min})/2$.
1. **While** $(Q(f, c) \neq p)$ and $(f_{\max} - f_{\min} \geq \epsilon)$ **repeat**.
If $(Q(f, c) > p)$ **then** set $f_{\min} = f$, **otherwise** set $f_{\max} = f$.
Set $f = (f_{\max} - f_{\min})/2$.

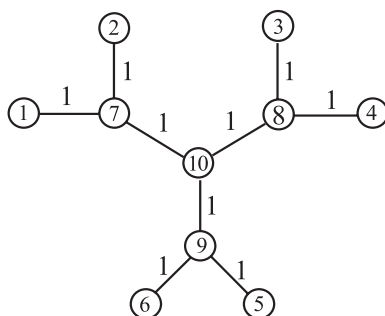
Optimal solution $\langle y, x \rangle$ of the problem (6), (2), (3), (5) for f resulting from the algorithm above provides both subregional centres (there are those, for which $y_i = 1$ holds) and subregions given by the assignment of dwelling places to subregional centres (dwelling place j is assigned to place i if and only if $x_{ij} = 1$ holds).

It is necessary to remark that the optimal solution $\langle y, x \rangle$ of problem (6), (2), (3), (5) for resulting f need not necessarily meet constraint (4) as equality. For example, there is no f , so that an optimal solution of (6), (2), (3), (5) meets constraint (4) as equality for the network in Fig. 1. In the network in Fig. 1, there is considered $b_j = 1$ for dwelling places $j = 1, \dots, 10$, the set of possible locations is identical to the set of dwelling places and $p = 2$.

Having performed the experiments on real networks reported in the next section, it was found that the above-mentioned algorithm reached solution with the demanded number of subregions in all instances.

4. The capacitated region-partitioning problem

In this section, we shall focus on a case, when not only the constraint of maximal number p of subregions should be kept but also number of inhabitants of no particular subregion should be lower than given number q . This new problem is solvable only if the following inequality holds $q < b/p$, where b denotes the total number of inhabitants of the partitioned region. Furthermore, if in addition the constraint $b/(p+1) < q$ is met, constraint (4) need not be included into the associated model.



Obr. 1.
Fig. 1.

Zavedme nula-jednotkové premenné x_{ij} a y_i , aby sme modelovali tie isté rozhodnutia ako v predchádzajúcej sekcii a použime tie isté označenia koeficientov, potom môžeme opísať túto novú úlohu nasledovne:

$$\text{minimalizujte } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (7)$$

$$\text{za podmienok } \sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad \text{pre } j = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \text{pre } i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^n b_j x_{ij} \geq q y_i \quad \text{pre } i = 1, \dots, m \quad (10)$$

$$x_{ij}, y_i \in [0, 1] \quad \text{pre } i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n. \quad (11)$$

Vo vyššie uvedenom modeli podmienky (8) zabezpečujú, aby každá obec bola priradená práve jednému miestu z množiny možných umiestnení. Podmienky (9) spôsobia, že ak je obec priradená niektorému z možných miest, tak tam bude umiestnené stredisko podregiónu. Podmienky (10) zabezpečujú, že kedykoľvek bude stredisko podregiónu umiestnené v mieste i , tak mu musí byť priradených prinajmenšom q obyvateľov.

5. Riešenie úlohy kapacitne obmedzeného rozkladu regiónu

Pre riešenie úlohy (7) – (11) sme navrhli heuristickú metódu, ktorej výstupom nie je iba suboptimálne riešenie, ale aj dolná hranica optimálneho riešenia. Metóda pozostáva z exaktného riešenia Lagrangeovej relaxácie úlohy (7) – (11) a z dvojfázovej výmennej heuristiky.

Získané riešenie Lagrangeovej relaxácie poskytuje dolnú hranicu hodnoty optimálneho riešenia. Dvojfázová heuristika štartuje z neprípustného riešenia získaného exaktným riešením Lagrangeovej relaxácie a znižuje neprípustnosť vzájomnými výmenami obcí z rôznych podregiónov.

Lagrangeova relaxácia bola použitá pre uvoľnenie podmienok (10). Pre každú podmienku tohto typu bol zavedený Lagrangeov

multiplikátor u_i , pre $i = 1, \dots, m$ a súčet $\sum_{i=1}^m u_i \left(q y_i - \sum_{j=1}^n b_j x_{ij} \right)$

bol pridaný k účelovej funkcii (7). Týmto spôsobom sme získali nasledujúci model:

$$\text{minimalizujte } g(u, x, y) = \sum_{i=1}^m (u_i q) y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (c_{ij} - b_j u_i) x_{ij} \quad (12)$$

za podmienok (8), (9), (11).

To je opäť kapacitne neobmedzená úloha, ktorá je riešiteľná pre pevne nezáporné u_i vyššie uvedenou procedúrou *BBDual*.

Let us introduce zero to one variables x_{ij} and y_i to model the same decisions as in previous section and let us use the same notation of the coefficients, then we can describe this new capacitated problem by the model:

$$\text{minimise } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (7)$$

$$\text{subject to } \sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad \text{for } j = 1, \dots, n \quad (8)$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \text{for } i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^n b_j x_{ij} \geq q y_i \quad \text{for } i = 1, \dots, m \quad (10)$$

$$x_{ij}, y_i \in [0, 1] \quad \text{for } i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n. \quad (11)$$

In the above programme, constraints (8) ensure that each dwelling place must be assigned to exactly one place from the set of possible locations. Constraints (9) cause a subregion centre to be placed at possible location i whenever some dwelling is assigned to the location. Constraint (10) ensures that whenever a subregion centre is located at place i , then there must be assigned at least q inhabitants to the place.

5. A technique for the capacitated region partitioning problem

To solve problem (7)-(11), we designed a heuristic method, whose outputs are not only a suboptimal solution but also a lower bound on the optimal solution. The method consists of exact solving the Lagrangean relaxation of problem (7)-(11) and of a two-phase improvement exchange heuristic.

The obtained solution of the Lagrangean relaxation gives the lower bound on objective function value of the optimal solution. The two-phase exchange heuristic starts from the infeasible solution obtained by the exact solving of the Lagrangean relaxation and lowers the infeasibility by mutual exchanges of the dwelling places from different subregions.

The Lagrangean relaxation was used to relax constraints (10). For each constraint of this type nonnegative Lagrangean multiplier u_i , for $i = 1, \dots, m$ was introduced, and the sum $\sum_{i=1}^m u_i \left(q y_i - \sum_{j=1}^n b_j x_{ij} \right)$ was added to the objective function (7).

This way we get the following model:

$$\text{minimise } g(u, x, y) = \sum_{i=1}^m (u_i q) y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (c_{ij} - b_j u_i) x_{ij} \quad (12)$$

subject to (8), (9), (11).

This is again an incapacitated location problem, which is solvable by the above-mentioned procedure *BBDual* for fixed nonnegative u_i .

Hodnota účelovej funkcie (12) optimálneho riešenia úlohy (12), (8), (9), (11) pre pevne zvolené u poskytne dolnú hranicu (LB) účelovej funkcie optimálneho riešenia úlohy (7) – (11). Hodnota účelovej funkcie (7) pre ľubovoľné prípustné riešenie (7) – (11) je hornou hranicou (UB) optimálneho riešenia úlohy (7) – (11). Ak je známa horná hranica UB , potom môže byť dolná hranica zlepšená použitím subgradientovej metódy s pravidlom zastavenia určeným hodnotou „presnosti“ δ . Subgradientová metóda postupuje podľa nasledujúcich krokov:

0. Položte $u = 0$ a $LB = -\infty$.
1. Pre zadané u vypočítajte optimálne riešenie úlohy (12), (8), (9), (11) a označte ho $\langle x(u), y(u) \rangle$. Príslušnú hodnotu účelovej funkcie označte g .
2. Ak $g > LB$, potom chodte na krok 3 inak chodte na krok 4.
3. Položte $LB = g$ a určte gradient G z funkcie $g(u, x, y)$ obmedzený na zložky z u v bode $\langle u, x(u), y(u) \rangle$

podľa $G_i = qy_i(u) - \sum_{j=1}^n b_j x_{ij}(u)$ pre $i = 1, \dots, m$.

Vypočítajte $G^2 = \sum_{i=1}^m (G_i)^2$. A určte $\alpha = 0.9(UB - LB)/G^2$.

Ak $\alpha < \delta$, končte, inak definujte subgradient $\underline{G}$ podľa

$\underline{G}_i = (\max\{0, u_i + \alpha G_i\} - u_i)/\alpha$ pre $i = 1, \dots, m$, a vykonajte krok subgradientovej metódy s použitím vzťahu $u_i = u_i + \alpha \underline{G}_i$ pre $i = 1, \dots, m$ a pokračujte krokom 1.

4. Ak $\alpha < \delta$ končte, inak vykonajte krok subgradientovej metódy podľa vzťahu $u_i = u_i - 0.1\alpha \underline{G}_i$ pre $i = 1, \dots, m$, položte $\alpha = 0.9\alpha$ a pokračujte krokom 1.

Aby sme získali prípustné riešenie úlohy (7) – (11), vyvinuli sme Lagrangeovu heuristiku, ktorá využíva výsledné riešenie $\langle x(u), y(u) \rangle$ zo subgradientovej metódy. Táto heuristika identifikuje každú obec j , ktorá môže byť priradená inému podregiónu bez toho, aby sa počet obyvateľov znížil pod hodnotu q . V ďalšom kroku sú identifikované všetky súčasné podregióny, v ktorých je počet obyvateľov menší ako q . Potom sú špecifikované obce priradené niektorému zo špecifických podregiónov podľa stratégie „najlepší vhodný“ tak, aby prislúchajúce zvýšenie účelovej funkcie (7) bolo minimálne. Ak po prehľadani všetkých prípustných zmien nebolo nájdené žiadne prípustné riešenie, potom je vybraný podregión s najmenším počtom obyvateľov a je zrušený. Obce prislúchajúce zrušenému podregiónu sú priradené iným podregiónom podľa spomenutého pravidla.

Pre ďalšie zlepšenie riešenia získaného Lagrangeovou heuristikou sme zostrojili výmennú heuristiku, založenú na stratégii „prvý vhodný“. Táto heuristika postupne skúma prípustné dvojice obcí, ktoré sú priradené rôznym podregiónom a ktorých vzájomná výmena nespôsobí pokles počtu obyvateľov pod hodnotu q v žiadnom z dotknutých podregiónov. Kedykoľvek heuristika nájde prípustnú dvojicu obcí, ktorých výmena spôsobí pokles účelovej funkcie (7), výmena sa vykoná. Heuristika ukončí svoju činnosť, ak všetky prípustné dvojice sú preskúmané a žiadna z nich nie je vhodná pre výmenu.

V priebehu numerických experimentov sme zistili, že rozdiel medzi hodnotou účelovej funkcie výsledného riešenia úlohy (7) –

The value of objective function (12) for the optimal solution of problem (12), (8), (9), (11) for fixed u gives the lower bound (LB) on objective function value of the optimal solution of problem (7) – (11). Objective function value (7) for any feasible solution of (7) – (11) is an upper bound (UB) of the optimal solution of problem (7) – (11). If current upper bound UB is known, the lower bound may be improved using a subgradient method with stopping rule given by value δ of precision. The subgradient method proceeds in accordance to the following steps:

0. Set $u = 0$ and $LB = -\infty$.
1. For given u compute optimal solution of problem (12), (8), (9), (11) and denote it as $\langle x(u), y(u) \rangle$. The associated objective function value denotes g .
2. If $g > LB$, then go to step 3, otherwise go to step 4.
3. Set $LB = g$ and determine gradient G of function $g(u, x, y)$ restricted on components of u at point $\langle u, x(u), y(u) \rangle$

according to $G_i = qy_i(u) - \sum_{j=1}^n b_j x_{ij}(u)$ for $i = 1, \dots, m$.

Compute $G^2 = \sum_{i=1}^m (G_i)^2$ and determine $\alpha = 0.9(UB - LB)/G^2$.

If $\alpha < \delta$, then stop, otherwise define subgradient $\underline{G}$ in accordance to $\underline{G}_i = (\max\{0, u_i + \alpha G_i\} - u_i)/\alpha$ for $i = 1, \dots, m$, and perform step of the subgradient method using expression $u_i = u_i + \alpha \underline{G}_i$ for $i = 1, \dots, m$, and continue with step 1.

4. If $\alpha < \delta$ then stop, otherwise perform step of the subgradient method using expression $u_i = u_i - 0.1\alpha \underline{G}_i$ for $i = 1, \dots, m$, set $\alpha = 0.9\alpha$ and continue with step 1.

To obtain feasible solution of problem (7) – (11), we developed Lagrangean heuristic, which makes use of solution $\langle x(u), y(u) \rangle$ resulting from the subgradient method. This heuristic identifies each dwelling place j , which can be assigned to other subregion without the number of inhabitants of the original subregion decreases below value q . In the next step, all current subregions are identified, in which the number of inhabitants is less than q . Then the specified dwelling places are assigned to some of the specified subregions in accordance to the strategy “best admissible”, so that the associated increase of objective function (7) would be minimal. If no feasible solution is obtained after fathoming all admissible changes, then a subregion with the smallest number of inhabitants is chosen and cancelled. The dwelling places associated with the cancelled subregion are assigned to the other subregions in accordance to the above-mentioned rule.

For the next possible improvement of the solution obtained by Lagrangean heuristic, we developed an exchange heuristic based on the strategy “first admissible”. This heuristic examines sequentially feasible pairs of dwelling places that are assigned to different subregions and that a mutual exchange does not decrease the number of inhabitants below value q in any of the two associated subregions. Whenever the heuristic finds a feasible pair of dwelling places where the exchange decreases the objective function (7), the exchange is performed. The heuristic stops when all feasible pairs are examined, and none are admissible for the exchange operation.

(11) a získanou dolnou hranicou bol priveľký. To bol dôvod, prečo sme navrhli zlepšenie vyššie uvedenej metódy s využitím „zosilňujúcej podmienky“ (4). Táto pôvodne nadbytočná podmienka bola vložená do modelu (7) – (11). Zlepšený algoritmus subgradientovej metódy opäť pracuje podľa krokov 0. – 4., ale v kroku 1 rieši úlohu (7) – (11), (4) namiesto (7) – (11). Pri riešení úlohy (7) – (11), (4) bola opäť použitá procedúra opísaná v sekcii 3.

6. Numerické experimenty

Numerické experimenty boli zamerané na zistenie časovej náročnosti vyvinutých algoritmov pre riešenie kapacitne neobmedzených, ako aj obmedzených úloh rozkladu regiónu. Pre algoritmus riešenia kapacitne obmedzenej úlohy rozkladu regiónu bol do sledovania zahrnutý aj rozdiel hodnoty získaného riešenia a dolnej hranice. V súvislosti s týmto rozdielom bol skúmaný aj vplyv výmennej heuristiky.

Tab. 1

p	1	2	3	4	5	6
d [km]	137.3	78.7	59.9	51.9	47.6	44.3
t [s]	0	0	23	23	24	24
i	2	4	6	7	9	10

Keď boli skúmané riešenia kapacitne obmedzenej úlohy, zistili sme, že úloha (7) – (11) nepokrýva celkom praktické požiadavky, dotýkajúce sa tvaru podregiónu. Všeobecne sa očakáva, že vytvorený podregión bude súvislý. To značí, že žiadna obec, priradená inému podregiónu nebude ležať na najkratšej ceste, spájajúcej ľubovoľnú obec podregiónu s príslušným strediskom. Model (7) – (11) nanešťastie dovoľuje vytvorenie nesúvislého podregiónu. Pre potreby nášho výskumu bola táto nesúvislosť kvantifikovaná.

Predpokladajme, že riešenie je určené počtom p podregiónov, množinami S_k obcí (S_k označuje k -tý podregión) a strediskami a strediskami i_k podregiónov pre $k = 1, \dots, p$. Označme $\underline{S}_k$ podmnožinou S_k , kde sa $\underline{S}_k$ skladá z obcí, pre ktoré na ich najkratšej ceste do strediska i_k leží obec priradená inému podregiónu. Pre každé $j \in \underline{S}_k$ symbol $h(j)$ označuje index prvej obce z $S_k - \underline{S}_k$, ktorá leží na najkratšej ceste z j do i_k a ktorá nie je nasledovaná na tejto ceste žiadnou obcou z $\underline{S}_k$.

Nesúvislosť meriame hodnotou nasledujúceho výrazu

$$\left(\sum_{k=1}^p \sum_{j \in \underline{S}_k} b_j d_{jh(j)} \right) / \left(\sum_{j=1}^n b_j \right).$$

Pre testovanie chovania algoritmov na úlohách veľkých rozmerov boli experimenty vykonané s cestnou sieťou celej Slovenskej republiky okrem okolia Bratislavy. Sieť obsahovala 2889 obcí. V testoch boli použité dve množiny možných umiestnení. Prvá množina zahŕňovala sedem súčasných krajských miest (okrem Bratislavy) a druhá množina bola tvorená sedemdesiatimi súčasnými okresnými mestami (okrem Bratislavy a niektorých mestských štvrtí Košíc). Dĺžky hrán siete boli prevzaté z popisu slovenskej

When numerical experiments were performed, we found that the difference between the objective function value of the resulting solution of problem (7) – (11) and the obtained lower bound was too large. That is why we suggested an improvement of the above method making use of the “strengthening” constraint (4). This originally redundant constraint was inserted into the model (7) – (11). The improved algorithm of the subgradient method follows steps 0. – 4. again, but in step 1. solves problem (7) – (11), (4) instead of problem (7) – (11). The procedure described in section 3 was used to solve problem (7) – (11), (4).

6. Numerical experiments

Numerical experiments were focused on study of time consumption of the developed algorithms for the incapacitated and capacitated region-partitioning problem. Having considered the algorithm for the capacitated problem, the gap between objective function value of the obtained solution and lower bound were included in the study. In connection with the gap, an influence of the exchange heuristic was investigated.

Tab. 1

p	1	2	3	4	5	6
d [km]	137.3	78.7	59.9	51.9	47.6	44.3
t [s]	0	0	23	23	24	24
i	2	4	6	7	9	10

When the capacitated problem was solved and the results were examined, it was found that the model (7) – (11) does not cover all practical requirements concerning the shape of a subregion. It is commonly awaited that a formed subregion must be connected. It means that no dwelling place assigned to another subregion is allowed to lie on the shortest path connecting any dwelling place of a subregion to the associated subregion centre. Unfortunately, model (7) – (11) enables forming even a disconnected subregion. This disconnectedness was quantified for the purposes of our research.

Let us assume that a solution is determined by number p of subregions, sets S_k of dwelling places (S_k denotes k -th subregion) and by centres i_k of the subregions for $k = 1, \dots, p$. Let us denote by $\underline{S}_k$ a subset of S_k , where $\underline{S}_k$ consists of the dwelling places, which a dwelling place of other subregion lies on their shortest paths to subregion centre i_k . For each $j \in \underline{S}_k$ symbol $h(j)$ denotes index of the first dwelling place from $S_k - \underline{S}_k$, which lies on the shortest path from j to i_k and which is followed by no dwelling place from $\underline{S}_k$ on this path.

The disconnectedness is measured by value of the following expression

$$\left(\sum_{k=1}^p \sum_{j \in \underline{S}_k} b_j d_{jh(j)} \right) / \left(\sum_{j=1}^n b_j \right).$$

To test behaviour of the algorithms for the cases, when solved problems have a large size, the experiments were performed with the road network of the entire Slovak Republic except surrounding Bratislava. The network contained 2,889 dwelling places. Two

Tab. 2

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
d [km]	137.3	76.1	59.0	51.5	46.2	41.9	38.6	35.3	33.0	30.9	28.9	27.3	26.0	24.8
t [s]	9	70	83	297	483	597	1662	347	461	561	473	400	505	444
i	2	4	6	7	9	10	14	8	10	13	11	9	12	11
p	15	16	17	18	19	20	30	35	40	45	50	55	60	65
d [km]	23.8	22.9	22.0	21.3	20.7	20.0	15.0	13.4	12.0	11.0	10.2	9.6	9.1	8.7
t [s]	618	512	411	480	465	576	477	436	430	449	447	436	440	434
i	14	12	10	14	13	17	15	15	14	18	17	15	18	17

cestnej siete [2]. V tabuľke 1 sú uvedené výsledky, získané riešením úloh s prvou množinou možných umiestnení pre $p = 1, 2, \dots, 6$. V tabuľke symbol d označuje optimálnu hodnotu dostupnosti v kilometroch na obyvateľa, t označuje čas riešenia úlohy v sekundách a i uvádza, koľkokrát bola použitá procedúra *BBDual* v behu algoritmu.

V tabuľke 2 sú uvedené výsledky pre prípady, keď množina možných umiestnení pozostávala zo sedemdesiatich miest. Úloha bola riešená pre dve postupnosti požadovaných počtov umiestnení. Prvá postupnosť bola $p = 1, \dots, 20$ a druhá $p = 30, 35, \dots, 65$.

Čo sa týka numerických experimentov s heuristikami pre úlohu kapacitne obmedzeného rozkladu regiónu, tieto boli vykonané taktiež vo vyššie opisanej slovenskej cestnej sieti s 2889 obcami, ale bola použitá iba prvá množina možných umiestnení, tvorená krajskými mestami.

Bolo riešených päť prípadov kapacitne obmedzenej úlohy pre $q = 2.2, 1.5, 1.1, 0.9$ a 0.8 milióna obyvateľov na podregión. Výsledky sú uvedené v tabuľke 3, kde p označuje výsledný počet

different sets of possible locations were used in the tests. The first set included seven centres of the current counties (excluding Bratislava) and the second set was formed by seventy centres of the current districts (excluding Bratislava and some quarters of Košice). Lengths of the network edges were overtaken from the Slovak road network description [2]. In table 1, there are reported results obtained by solving the problems with the first set of possible locations for $p = 1, 2, \dots, 6$. In the table, symbol d denotes the optimal value of accessibility in kilometres per inhabitant, t denotes the computational time in seconds associated with problem solving and i is number of *BBDual* calls during the run of algorithm.

In table 2, there are reported results associated with the instances, when set of possible locations consisted of 70 places. The problem was solved for two sequences of locations' required numbers. The first sequence consisted of $p = 1, \dots, 20$ and the second of $p = 30, 35, \dots, 65$.

Concerning the numerical experiments with heuristic for the capacitated region partitioning problem, they were performed also with the above described Slovak road network with 2,889 dwelling places, but only the first set of possible locations formed by the current county centres was used.

Tab. 3

	BC	BV	BCM	BCV	BC	BV	BCM	BCV	BC	BV	BCM	BCV
q [10^6]	2.2	2.2	2.2	2.2	1.5	1.5	1.5	1.5	1.1	1.1	1.1	1.1
p	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4
d [km]	80.9	80.9	80.9	80.9	61.2	60.6	60.4	60.4	54.5	55.6	55.5	55.5
o [%]	5.2	5.2	2.2	2.2	4.1	2.8	0.8	0.8	3.1	5.7	3.5	3.4
n [%]	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5	0.0	1.7	0.0	0.3	3.1	3.6
i	52	52	192	192	48	49	276	276	75	55	536	534
t [s]	39	884	194	248	72	597	477	562	491	1140	2045	2220
	BC	BV	BCM	BCV	BC	BV	BCM	BCV				
q [10^6]	0.9	0.9	0.9	0.9	0.8	0.8	0.8	0.8				
p	4	4	5	5	6	6	6	6				
d [km]	52.5	53.1	54.3	52.2	44.4	44.3	44.3	44.3				
o [%]	11.1	14.7	13.0	8.5	1.9	1.7	0.1	0.1				
n [%]	0.1	0.3	15.9	12.5	1.2	1.3	1.0	1.3				
i	157	60	711	693	66	60	10	10				
t [s]	208	800	1004	1163	35	2268	24	61				

podregiónov, d výslednú hodnotu dostupnosti v kilometroch a o uvádza dosiahnutú presnosť výsledného riešenia ako rozdiel medzi hodnotou účelovej funkcie výsledného riešenia a dolnou hranicou v percentách dolnej hranice. Nesúvislosť je označená ako n a je uvedená taktiež v percentách dolnej hranice. Parametre i a t majú ten istý význam ako v tabuľkách 1 a 2. Každý prípad bol riešený štyrmi modifikáciami heuristického algoritmu, aby bolo možné porovnať vplyv jednotlivých krokov na sledované parametre.

Modifikácie boli označené identifikátormi **BC**, **BV**, **BCM**, **BCV**. Modifikácia **BC** sa skladá zo subgradientovej metódy pre úlohu (7) – (11) a z Lagrangeovej heuristiky (bez výmennej fázy). Modifikácia **BV** pridáva výmennú fázu k algoritmu **BC**. Modifikácia **BCM** rieši Lagrangeovu relaxáciu úlohy (7) – (11), (4) namiesto (7) – (11), to znamená, že je pri výpočte dolnej hranice použitá zosilňujúca podmienka. V tejto modifikácii nie je použitá výmenná fáza. Modifikácia **BCV** pridáva výmennú fázu k prístupu použitému v **BCM**.

7. Záver

Uvedené výsledky ukázali, že kapacitne neobmedzená úloha je riešiteľná v rozumnom čase, ale kapacitne obmedzená úloha predstavuje značný problém. Čo sa kapacitne obmedzenej úlohy týka, bolo zistené, že pridanie zosilňujúcej podmienky (4) k Lagrangeovej relaxácii (7) – (11) výrazne zlepšuje tesnosť dolnej hranice. Avšak toto zlepšenie je zaplatené väčším výpočtovým časom. Výmenná fáza tiež prispieva k lepšiemu riešeniu, špeciálne keď nie je použitá zosilňujúca podmienka. Nanešťastie toto zlepšenie tak isto vyžaduje väčší výpočtový čas. Diskrétny proces zhromažďovania s dvoma triedami priorit.

Podakovanie

Tento článok bol financovaný za podpory grantu VEGA 1/7211/20.

Five instances of the capacitated problem for $q = 2.2, 1.5, 1.1, 0.9$ and 0.8 million inhabitants per subregion were solved. The results are reported in table 3, where p denotes the resulting number of subregions; d is the resulting value of accessibility in kilometres and o reports on attained precision of resulting solution expressed as difference between objective function value of the resulting solution and the lower bound in percents of the lower bound. The disconnectedness is denoted as n and is reported in percents of the lower bound, too. Parameters i and t have the same meaning as in tables 1 and 2. Each instance of the problem was solved by four modifications of the heuristic algorithm to enable to compare influence of the particular steps on the studied parameters.

Identifiers **BC**, **BV**, **BCM**, **BCV**, denoted these modifications. Modification **BC** consists of subgradient method for problem (7) – (11) and of the Lagrangean heuristic (without the exchange phase). Modification **BV** adds the exchange phase to algorithm **BC**. Modification **BCM** solves Lagrangean relaxation of problem (7) – (11), (4) instead of (7) – (11); it means that the strengthening constraint is used when lower bound is computed. In this modification the exchange phase is not used. Modification **BCV** adds the exchange phase to the approach used with **BCM**.

7. Conclusion

The reported results showed that the incapacitated region-partitioning problem is solvable in reasonable computation time, but the capacitated problem constitutes a considerable difficulty. Concerning the capacitated region-partitioning problem, it was found that the addition of the strengthening constraint (4) to the Lagrangean relaxation of (7) – (11) considerably improves the tightness of the lower bound. However, this effect is paid by greater computation time. The exchange phase also contributes to the better solution, especially, when a strengthening constraint is not used. Unfortunately, this improvement also needs greater computation time.

Acknowledgement

This paper was supported by grant VEGA 1/7211/20.

Literatúra - References

- [1] CENEK, P., JANÁČEK, J., JÁNOŠÍKOVÁ, L.: *Optimalizace státní správy a územněsprávní členění*. Scientific Papers of the University of Pardubice. Series D. Faculty of Economics and Administration 4 (1999). Universita Pardubice. pp 49-54
- [2] CENEK, P., JÁNOŠÍKOVÁ, L.: *Model dopravnej obsluhy regiónu*. Horizonty dopravy. No. 1. 2000. pp. 10-12
- [3] ERLKOTTER, D.: *A Dual-Based Procedure for Uncapacitated Facility Location*. Operations Research. Vol. 26. No 6. November-December 1978. pp. 992-1009
- [4] JANÁČEK, J., KOVAČIKOVÁ, J.: *Exact Solution Techniques for Large Location Problems*. In: Proceedings of the Mathematical Methods in Economics. Ostrava. Sept. 9-11.1997. pp 80-84

Július Rebo *

DISKRÉTNY PROCES ZHROMAŽĎOVANIA S DVOMA TRIEDAMI PRIORÍT

THE DISCRETE PROCESS OF STORAGE WITH TWO PRIORITY CLASSES

Príspevok je venovaný špecifickému modelu diskretného procesu zhromažďovania elementov s dvoma triedami priorít. Každá trieda priorít je tvorená nezávislým vstupným tokom elementov s Poissonovým rozdelením. Odvodené sú niektoré potrebné základné charakteristické hodnoty a metóda pridelenia optimálnych výstupných kapacít jednotlivým triedam priority a taktiež metóda optimalizácie dĺžky periódy minimalizujúca prevádzkové náklady systému.

This paper is devoted to a specific model of the discrete process of storage with two priority classes. Every priority class of the elements is formed by independent Poisson distributed incoming streams of the elements. There are derived some basic characteristic values, a method of assignment optimal out-going capacities for the classes of priority and a costs minimising method for the length of the storage period as well.

1 Úvod

Nasledujúci model diskretného procesu zhromažďovania elementov s prioritami je zovšeobecnením modelu zhromažďovania s deterministickým časom obsluhy $T > 0$ a Poissonovým vstupným tokom elementov s intenzitou $\lambda > 0$. Kapacitu zhromažďovacieho priestoru stotožníme s nekonečnou dĺžkou čakacej fronty a budeme predpokladať, že akumulácia elementov končí v každom okamžiku t_i , pričom $T = t_i - t_{i-1}$, $\forall i$. Bezprostredne po okamžiku t_i je obslužený buď celý front, keď jeho dĺžka je menšia ako M , alebo skupina obsahujúca M elementov. Zvyšok elementov, ktoré neboli obslužené, čaká na ďalšiu obsluhu v nasledujúcom okamžiku t_{i+1} . Predpísanú dĺžku intervalu $T = t_i - t_{i-1}$ nazývame *periódou zhromažďovania* a jej dĺžka určuje trvanie akumulácie elementov, kladnú celočíselnú hodnotu M nazývame *maximálna výstupná kapacita*. Predpokladáme, že vstupný tok elementov má

Poissonove rozdelenie s pravdepodobnosťami $\pi_r = \frac{(\lambda T)^r}{r!} e^{-\lambda T}$,

že počas jednej periódy T vstúpi práve r elementov, so strednou hodnotou $\lambda T > 0$. Pomer strednej hodnoty a maximálnej výstupnej kapacity M budeme nazývať zaťaženie systému ρ , pre ktoré musí platiť

$$\rho = \frac{\lambda T}{M} < 1. \quad (1.1.)$$

Množstvo zhromaždených elementov na konci n -tej periódy označujeme S_n a nazývame *stavom na konci periódy*. Hodnota stavu záťaž na konci periódy závisí od počtu elementov X_T , ktoré vstúpili do systému počas trvania periódy a na zvyšku elementov Z_{n-1} z predchádzajúcej periódy. Náhodnú premennú Z môžeme vyjadriť ako hodnotu $Z_n = S_n - M$, ak množstvo zhromaždených elemen-

1 Introduction

The following discrete process of priority storage is a generalisation of the storage process with a determining time of service $T > 0$ and the incoming stream of elements following the Poisson distribution with rate $\lambda > 0$. Capacity of a storage area will be identical with the infinite length of waiting line and we shall assume that the accumulation of the elements ends in each moment of time t_i , so that $T = t_i - t_{i-1}$, $\forall i$. Either the group containing M elements or all waiting line, when its length is below M , is served immediately after the moment t_i . The rest of the elements which have not been served waits for their service at the next moment t_{i+1} . Exactly prescribed time T is called a *storage period* and its length defines a duration of the accumulation. The positive integer M is usually called a *maximum out-going capacity*. We assume that the incoming stream of elements follows the Poisson distribution, so the probability to enter exactly r elements during

storage period T has a form $\pi_r = \frac{(\lambda T)^r}{r!} e^{-\lambda T}$ with a mean value

$\lambda T > 0$ during period T . The ratio of the mean-value λT elements during a storage period and maximum out-going capacity M will be called *utilisation factor* ρ and it will satisfy

$$\rho = \frac{\lambda T}{M} < 1. \quad (1.1.)$$

We denote S_n the amount of accumulated elements at the moment when the n th period T ends, and it is called *the state at the end of the period*. Value of the state at the end of the period depends on the number of entered elements X_T during period T and on the rest of elements Z_{n-1} from the last period. We can express the stochastic variable Z by the form $Z_n = S_n - M$, if the

* RNDr. Július Rebo

Department of Mathematical Methods, Faculty of Management Science and Informatics, University of Žilina, DP FRI Prievidza, Bakalárska 2, 971 01 Prievidza, Slovak Republic, Tel.: ++421-862-542 30 56, E-mail: rebo@utcpd.sk

toľ počas prebiehajúcej periódy je aspoň M , alebo ako hodnotu 0, ak zhromaždených elementov je menej ako M . Stav S_n na konci periódy môžeme tak vyjadriť v nasledujúcom tvare

$$S_n = Z_{n-1} + X_T, \quad (1.2.)$$

kde výraz $Z_{n-1} = \max\{S_{n-1} - M, 0\}$ stručne vyjadruje zvyšok elementov z predchádzajúcej periódy.

Za podmienky (1.1.) množstvo záťaže na konci periódy S_n vytvára Markovov reťazec majúci stacionárne rozdelenie pravdepodobností stavov, pri ktorom stavy nezávisia od počtu periód a môžeme index periódy vynechať. Ak pravdepodobnosť, že stav na konci periódy je $S = k$ označíme $p_k = P(S = k)$ a pravdepodobnosti, že počas periódy vstúpi práve k elementov ako $\pi_k = \frac{(\lambda T)^k}{k!} e^{-\lambda T}$, môžeme pravdepodobnosti stavov na konci periódy vyjadriť nekonečnou sústavou rovníc

$$p_0 = (p_0 + p_1 + \dots + p_M)\pi_0$$

$$p_k = (p_0 + p_1 + \dots + p_M)\pi_k + p_{M+1}\pi_{k-1} + \dots + p_{M+k}\pi_0, \quad k = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (1.3.)$$

Základné riešenie sústavy (1.3.) predchádzajúceho modelu procesu zhromažďovania pomocou vytvárajúcich funkcií je popísané v [1] a podrobne ho dopĺňajú výsledky z [2]. Strednú hodnotu stavu na konci periódy zvyčajne odvodíme zo zodpovedajúcej vytvárajúcej funkcie vypočítaním jej prvej derivácie v bode $z = 1$. Tak dostaneme

$$E(S) = \left. \frac{dF(z)}{dz} \right|_{z=1} = \left. \frac{d}{dz} \left[\frac{\sum_{r=0}^{M-1} (z^M - z^r)p_r}{z^M e^{\rho M(1-z)} - 1} \right] \right|_{z=1} = \frac{M - (M - \lambda T)^2}{2(M - \lambda T)} + \sum_{k=0}^{M-1} (1 - z_k)^{-1}, \quad (1.4a.)$$

kde z_k sú korene charakteristickej rovnice $z^M - e^{-\rho M(1-z)} = 0$ pre $M \geq 2$ a metóda ich výpočtu s ich vlastnosťami je opísaná v [2]. Špeciálne pre $M = 1$ dostaneme

$$E(S) = \frac{\rho(2 - \rho)}{2(1 - \rho)}. \quad (1.4b.)$$

Strednú hodnotu zvyšku elementov na konci periódy vyjadíme pomocou (1.2.), pri zanedbaní indexu periódy, v tvare

$$E(Z) = E(S) - \lambda T. \quad (1.5.)$$

V ďalšej časti príspevku sa budeme zaoberať systémom zhromažďovania s elementmi rozdelenými do tried s prioritami obsluhy.

2 Model zhromažďovania s prioritami

2.1 Popis modelu a jeho riešenie

Predpokladajme, že máme daný diskretný proces zhromažďovania s predpísanou dĺžkou periódy T . Nech do systému vstupujú

amount of accumulated elements during previous period is at least as big as M , or by value 0, if the amount is below M . States S_n at the end of periods can be described in the following form

$$S_n = Z_{n-1} + X_T, \quad (1.2.)$$

where the term $Z_{n-1} = \max\{S_{n-1} - M, 0\}$ briefly expresses the rest of elements from the last period.

Under the condition (1.1.) the amount of the elements at the end of period S_n forms a random variable of the Markov chain having steady-state probabilities of states whereas those probabilities are not dependent on the number of period and we can leave out the index of period. If probabilities to have a state $S = k$ elements at the end of the period are denoted as $p_k = P(S = k)$ and probabilities to have k incoming elements as $\pi_k = \frac{(\lambda T)^k}{k!} e^{-\lambda T}$, then we can express the probabilities at the end of period by infinite system of equations

The basic solution of the system (1.3.) using generating functions is characterised in [1] and those results are completed in detail from [2]. We can derive the mean-value of the state at the end of period by a usual method of computing the first derivative of the corresponding generating function at point $z = 1$. So, we get

where z_k are roots of the characteristic equation $z^M - e^{-\rho M(1-z)} = 0$ for $M \geq 2$ and their computing method with characteristics is completely described in [2]. For $M = 1$ we have a special form

$$E(S) = \frac{\rho(2 - \rho)}{2(1 - \rho)}. \quad (1.4b.)$$

The mean-value of the rest of elements at the end of period is expressed with a help of (1.2.), leaving out indexes of periods, as

$$E(Z) = E(S) - \lambda T. \quad (1.5.)$$

In the next part of this paper we shall be interested in the storage system with the elements divided into the classes of service priority.

2 Priority model of storage

2.1 Description of model and its solving method

Let us assume now that we have a defined discrete process of storage with prescribed length of period T . Let the elements of

elementy rozdelené do rôznych tried, napr. podľa dodávateľa. Pre jednoduchosť budeme predpokladať len dva nezávislé vstupné toky s Poissonovým rozdelením s intenzitami $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$. Akumulácia všetkých elementov prebieha v spoločnom zhromažďovacom priestore. Obsluha sa vykonáva bezprostredne po ukončení periódy jedným spoločným obslužným zariadením s celkovou maximálnou výstupnou kapacitou M elementov súčasne. Akumuláciu a vlastnú obsluhu elementov môžeme vykonávať dvoma nasledujúcimi spôsobmi:

1. Každá trieda elementov disponuje vlastnou kapacitou obsluhy vyhradenou z celkovej maximálnej kapacity M , t. j. elementy 1. triedy majú vyhradenú maximálnu výstupnú kapacitu M_1 , elementy 2. triedy majú vyhradenú kapacitu M_2 , pričom $M_1 + M_2 = M$. Obsluha zhromaždených elementov sa vykonáva tak, že elementy každej triedy sú obsluhované samostatne takým spôsobom, že ak ich je menej ako M_i , obslúžia sa všetky elementy. Ak ich je zhromaždených viac než M_i , obslúži sa plná kapacita každej triedy M_i a zvyšok čaká na ďalšiu obsluhu v nasledujúcej perióde. Pre tento model obsluhy bola riešená úloha nákladovej optimalizácie dĺžky periódy v [3].
2. Druhá možnosť je definovaná nasledovne: Nazvime každú triedu elementov ako triedu priority a ich obsluhu budeme organizovať podľa triedy priority. Je obvyklé, že nižšie číslo udáva vyššiu triedu priority a vyššie číslo nižšiu triedu. Označené elementy prvej triedy budú mať teda vyššiu prioritu ako elementy druhej triedy a budú sa obsluhovať prednostne. Vstupujúce elementy do systému sa zoradujú podľa tried priority do frontu. Zo zhromaždených elementov najskôr obslúžime elementy prvej triedy (vyššej priority). Podľa ich množstva je buď M elementov obslužených, ak ich je viac než M a zvyšok (spolu s elementmi druhej triedy) čaká na obsluhu v nasledujúcej perióde, alebo sú obslužené všetky, ak ich je menej ako M a zvyšok z celkovej výstupnej kapacity M_2 je doplnený elementmi 2. triedy nasledovne: Ak zhromaždených elementov 2. triedy je menej ako zostatok z celkovej kapacity M_2 obsadenej elementmi prvej triedy, sú obslužené všetky, inak zvyšok čaká na ďalšiu obsluhu v nasledujúcej perióde.

V nasledujúcich častiach sa budeme podrobne zaoberať druhou možnosťou.

Dôležitou zmenou v druhom prípade je dopĺňanie voľnej kapacity elementami druhej triedy. Deficitom D výstupnej kapacity nazveme rozdiel celkovej výstupnej kapacity M a aktuálneho počtu obslužených elementov prvej triedy ($ANSE1$) v príslušnej perióde, t. j. $D = M - ANSE1$. Pretože uvažujeme systém zhromažďovania s nekonečným zhromažďovacím priestorom v stabilizovanom režime, je zrejme, že pre strednú hodnotu obslužených elementov prvej triedy $E(ANSE1)$ a strednú hodnotu elementov prvej triedy, ktoré počas periódy T do systému vstúpili $E(X_T)$, platí $E(ANSE1) = E(X_T) = \lambda_1 T$. Strednú hodnotu deficitu môžeme potom definovať ako

$$E(D) = E(M - ANSE1) = M - E(ANSE1) = M - E(X_T) = M - \lambda_1 T. \quad (2.1.)$$

Maximálna výstupná kapacita M_2 pre elementy druhej triedy nemôže byť zrejme väčšia ako stanovená stredná hodnota deficitu

different classes enter the system e.g. according to a supplier. To make it simple, we shall discuss only two independent incoming streams with rates $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$ following the Poisson distribution. The accumulation of all elements performs at a common storage area. One common machine provides their service with a maximum outgoing capacity M at the same time, immediately when a period of storage is finished. We can organise their own accumulation and service in the following two ways:

1. Each class of elements disposes of a reserved self-capacity of the service from the total maximum out-going capacity M (i.e. the elements of the first class have a reserved maximum out-going capacity M_1 , the elements of the second class have the maximum out-going capacity M_2 where $M_1 + M_2 = M$). The service of accumulated elements is accomplished by serving the elements of each class separately as if there are fewer of them than M_i , all of the elements are served. If there are accumulated more of them than M_i they are served to a full capacity M_i of each class and the rest waits for its service in the next period. For this model of service has been considered a cost method optimising length of period in [3].
2. The second case is defined as: Denote each class of elements as a class of priority and we shall organise their service according to their priority classes. It is usual that the smaller number denotes a higher class of priority and a higher number denotes a lower class of priority. The marked elements of the first class will have a higher priority than the elements of the second class and they will be preferred. Incoming elements are ordered to the waiting lines with respect to their priority class. Within the accumulated elements first are served the elements of the first class (higher priority). According to their amount either M of accumulated elements are served, if there are more elements than M and the rest of them (together with elements of the 2nd priority class) waits for the next service or if there are fewer of them than M , they are served all and the rest of outgoing capacity M_2 is completed with elements of the second class as follows: If the amount of the elements of the second class is smaller than the remaining capacity M_2 filled with the first class elements, they are served all, otherwise the rest of them waits for the service in the next period.

We shall be interested in detail in the second case in the following chapters.

An important change in the second case is filling up of the idle capacity with the elements of the second class. We shall call a difference between the out-going capacity M and the actual number of served elements of the first class ($ANSE1$) in a corresponding period as a deficit $D = M - ANSE1$. Since we reason a steady-state infinite storage area system, it is clear that the mean-value of the served elements of the first class $E(ANSE1)$ and a mean-value of the entered elements $E(X_T)$ the system of the same class during the period T will hold $E(ANSE1) = E(X_T) = \lambda_1 T$. We shall define the mean-value of the deficit as

Maximal out-going capacity M_2 for the elements of the second class cannot probably be higher than the mean-value of the deficit

$E(D) = M - \lambda_1 T$ a tak položíme $M_2 \leq [M - \lambda_1 T]$, kde $[x]$ označuje celú časť čísla x , najväčšie celé číslo $\leq x$. Pre elementy prvej triedy priority je teda vyhradená kapacita $M_1 = M - M_2$. Teda, obe výstupné kapacity M_1, M_2 sú diskkrétne závislé od dĺžky zhromažďovacej periódy.

Predstavme si teraz, že náš systém zhromažďovania sa skladá z dvoch rôznych častí (dvoch fiktívnych podsystémov), keď zhromaždené elementy sú obsluhované v tom istom okamžiku bezprostredne po ukončení periódy zhromažďovania spoločným zariadením s celkovou kapacitou M . Prvá časť disponuje výstupnou kapacitou M_1 a druhá kapacitou M_2 pri danej perióde T . Do každého podsystému za jednu periódu vstupuje nezávislý Poissonov tok elementov so strednou hodnotou počtu elementov $\lambda_1 T >$

$> 0, \lambda_2 T > 0$, pozri Obr. 1. Predchádzajúce prispôbenie vlastných výstupných kapacít pre triedy priorít dáva prijateľnú aproximáciu systému s triedami priorít a umožňuje nám využiť metódu riešenia z [3].

Podmienka stability takéhoto systému je daná požiadavkou, aby pre elementy každej triedy priority, ktoré počas jednej periódy vstúpia do systému, platila ekvivalentná podmienka (1.1.). Tak dostaneme $\lambda_i T < M_i, i = 1, 2$. Koeficient zaťaženia $\rho^{[i]}$ pre každý fiktívny podsystém triedy priority je daný nasledujúcim tvarom

$$\rho^{[1]} = \frac{\lambda_1 T}{M_1} = \frac{\lambda_2 T}{M - M_2} \text{ a } \rho^{[2]} = \frac{\lambda_2 T}{M_2}. \quad (2.2.)$$

Stavy jednotlivých podsystémov definujeme ako počet zhromaždených elementov jednotlivých tried priority a stavy celého systému budú definované ako ich súčet. Z nezávislosti vstupných tokov ľahko odvodíme vytvárajúcu funkciu rozdelenia pravdepodobností stavov celého systému.

Nech $\pi_k^{[i]} = \frac{(\lambda_i T)^k}{k!} e^{-\lambda_i T}$ označuje pravdepodobnosti, že počas

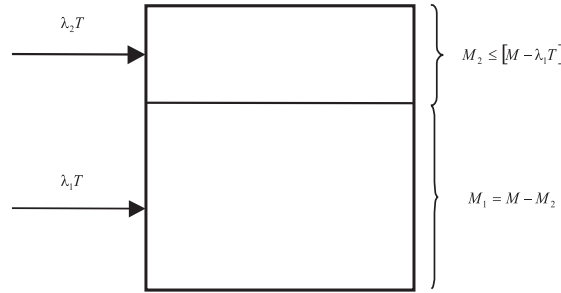
jednej periódy vstúpi do systému práve k elementov i -tej triedy priority. Pravdepodobnosti stavu $S^{[i]}$ na konci periódy pre i -tu triedu priority môžeme potom definovať v súlade s kap. 1 ako pravdepodobnosti $p_k^{[i]} = P(S^{[i]} = k), i = 1, 2$, ktoré sú vyjadrené sústavou

rovníc ekvivalentnou sústavou (1.3.). Nech $\varphi^{[i]}(z) = \sum_{r=0}^{\infty} \pi_r^{[i]} z^r$, $F^{[i]}(z) = \sum_{r=0}^{\infty} p_r^{[i]} z^r$ označujú vytvárajúce funkcie pravdepodob-

ností vstupu elementov do systému a stavov elementov i -tej triedy priority na konci periódy. Pravdepodobnosti stavov celého systému môžeme vyjadriť v tvare

$$p_k = P(S = k) = \sum_{i=0}^k P(S^{[1]} = k - i; S^{[2]} = i) = \sum_{i=0}^k p_{k-i}^{[1]} \cdot p_i^{[2]}$$

$E(D) = M - \lambda_1 T$, so we shall set $M_2 \leq [M - \lambda_1 T]$, where $[x]$ denotes an integer part of the number x , the greatest integer $\leq x$. $M_1 = M - M_2$ assigns the capacity for the elements of the first class. So, both the out-going capacities M_1, M_2 are discretely dependent on the length of the accumulation period.



Obr. 1. Rozdelenie celkovej výstupnej kapacity M pre obe triedy priority

Fig. 1. Dividing of the total out-going capacity M for both classes of priority

Imagine now that our system of storage is composed of two different parts (two fictive subsystems) when the accumulated elements are served at the same time immediately after the end of the storage period by a common machine with the total out-going capacity M . The first part disposes of the out-going capacity M_1 and the second part of capacity M_2 related to the existing period T . To each part of a system incomes independent stream of elements respecting Poisson distribution with the mean-value of entered elements $\lambda_1 T > 0, \lambda_2 T >$

> 0 , see Fig. 1. Previous adaptation of the self-out-going capacities to the classes of priorities gives a feasible approximation for the system with priority classes and enables us to use a solving method from [3].

A stability condition of such an accumulation system is given by a requirement so that an equivalent condition to (1.1.) applied for entered elements of each class of priority. Thus, we have $\lambda_i T < M_i, i = 1, 2$. The utilisation factor $\rho^{[i]}$ for each fictive subsystem of the priority class is given by a following expression

$$\rho^{[1]} = \frac{\lambda_1 T}{M_1} = \frac{\lambda_2 T}{M - M_2} \text{ and } \rho^{[2]} = \frac{\lambda_2 T}{M_2}. \quad (2.2.)$$

States of single subsystems are defined as a number of accumulated elements of single priority classes and states of a whole system will be defined as their sum. From an independence of incoming streams we shall easily derive a probability generating function of the states of the whole system.

Let expression $\pi_k^{[i]} = \frac{(\lambda_i T)^k}{k!} e^{-\lambda_i T}$ denote probabilities of

incoming exactly k elements of the i th priority class. The probabilities of state $S^{[i]}$ at the end of the period for the i th priority class can be defined according to chapter 1 as the probabilities $p_k^{[i]} = P(S^{[i]} = k), i = 1, 2$, which are expressed by a system of equa-

tions equivalent to (1.3.). Let $\varphi^{[i]}(z) = \sum_{r=0}^{\infty} \pi_r^{[i]} z^r$, $F^{[i]}(z) = \sum_{r=0}^{\infty} p_r^{[i]} z^r$

denote the probability generating functions of incoming elements of i th class and states at the end of the period respectively. The probabilities of the whole system states can be expressed by

a zodpovedajúcu vytvárajúcu funkciu

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k z^k = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{r=0}^k p_{k-r}^{[1]} p_r^{[2]} z^k = F^{[1]}(z) F^{[2]}(z).$$

Strednú hodnotu stavu na konci periódy získame obvyklým spôsobom. Vypočítame prvú deriváciu vytvárajúcej funkcie v bode $z = 1$. Dostaneme

$$E(S) = \left. \frac{dF(z)}{dz} \right|_{z=1} = \frac{d}{dz} F^{[1]}(z) F^{[2]}(z) \Big|_{z=1} = E(S^{[1]}) + E(S^{[2]}), \quad (2.3.)$$

a čiastočné stredné hodnoty $E(S^{[i]})$ pre každú triedu priority dostaneme pomocou (1.4.).

Strednú hodnotu zvyšku na konci periódy vyjadríme z (1.5.) pomocou (2.3.). Tak dostaneme

$$E(Z) = E(S) - \lambda_1 T - \lambda_2 T = E(S^{[1]}) - \lambda_1 T + E(S^{[2]}) - \lambda_2 T = E(Z^{[1]}) + E(Z^{[2]}).$$

Celková doba strávená v systéme je tvorená dobou, ktorú strávia v systéme elementy každej triedy priority. Analogicky podľa [1] a pomocou (1.5.) môžeme túto dobu vyjadriť vo forme

$$w^{[i]} = \left(E(Z^{[i]}) + \frac{\lambda_i T}{2} \right) \cdot T = \left(E(S^{[i]}) - \frac{\lambda_i T}{2} \right) \cdot T. \quad (2.4.)$$

2.2 Optimálne rozdelenie celkovej výstupnej kapacity pre triedy priorit

V tejto časti sa budeme zaoberať úlohou rozdelenia celkovej výstupnej kapacity M pre jednotlivé triedy priority. Veľkosti výstupných kapacít sú pre obe triedy priority diskretné závislé a podľa úvodného predpokladu zviazané vzťahom $M = M_1 + M_2$. Za kritérium optimálneho rozdelenia zoberieme strednú hodnotu zvyšku elementov po ukončení periódy. Budeme teda minimalizovať účelovú funkciu

$$Z(T) = E(Z^{[1]}) + E(Z^{[2]}), \quad (2.5.)$$

pri danej dĺžke periódy zhromažďovania T .

Vzhľadom na závislosť jednotlivých výstupných kapacít a stabilizačnú podmienku (2.2.), nemôžeme hodnoty M_1, M_2 voliť ľubovoľne. Zo stabilizačných podmienok pre obe triedy priority dostávame, že $\lambda_1 T < M_1$ a $\lambda_2 T < M_2$. Z prvej podmienky ďalej dostaneme $\lambda_1 T < M - M_2$ a po úprave $M_2 < M - \lambda_1 T$. Z oboch podmienok ďalej dostaneme podmienku

$$\lambda_2 T < M_2 < M - \lambda_1 T, \quad (2.6.)$$

ktorá určuje konečný počet celočíselných hodnôt výstupnej kapacity M_2 . Postupným prepočtom kritériálnej funkcie (2.5.) nájdeme takú kapacitu, pre ktorú (2.5.) nadobúda minimum. Hodnota M_1 výstupnej kapacity prvej triedy priority je už potom určená jednoznačne.

Za strednú hodnotu zvyšku na konci periódy $E(Z^{[i]})$ do (2.5.) dosadíme zodpovedajúce vzťahy (1.4a, b.) upravené podľa (1.5.).

and a corresponding generating function

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k z^k = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{r=0}^k p_{k-r}^{[1]} p_r^{[2]} z^k = F^{[1]}(z) F^{[2]}(z).$$

We can obtain a mean-value of the state at the end of period by a usual method. Compute the first derivative at point $z = 1$. So, we get

$$E(S) = \left. \frac{dF(z)}{dz} \right|_{z=1} = \frac{d}{dz} F^{[1]}(z) F^{[2]}(z) \Big|_{z=1} = E(S^{[1]}) + E(S^{[2]}), \quad (2.3.)$$

and partial mean values $E(S^{[i]})$ can be expressed by (1.4a, b.) for each class of priority.

The mean-value of the rest at the end of period is expressed again from (1.5.) by (2.3.). So, we can write

$$E(Z) = E(S) - \lambda_1 T - \lambda_2 T = E(S^{[1]}) - \lambda_1 T + E(S^{[2]}) - \lambda_2 T = E(Z^{[1]}) + E(Z^{[2]}).$$

Overall time spent in the system is formed by the time which elements of each class of priority spend in a system. According to [1] and (1.5.) we can express the time in the form

$$w^{[i]} = \left(E(Z^{[i]}) + \frac{\lambda_i T}{2} \right) \cdot T = \left(E(S^{[i]}) - \frac{\lambda_i T}{2} \right) \cdot T. \quad (2.4.)$$

2.2 Optimal decomposition of the total out-going capacity to the priority classes

In this part we shall deal with a problem of a decomposition of out-going capacity M for individual priority classes. Proportions of out-going capacities are for both priority classes discretely dependent and they are joined by the following preliminary assumption $M = M_1 + M_2$. For the optimal decomposition criteria we can take the mean-value of the rest of the elements at the end of the period. We shall minimise the objective function

$$Z(T) = E(Z^{[1]}) + E(Z^{[2]}), \quad (2.5.)$$

at given length of the storage period T .

According to the dependency of particular capacities and steady-state condition (2.2.), we cannot choose the values M_1, M_2 arbitrarily. The steady-state conditions for the both classes of priority yield $\lambda_1 T < M - M_2$ and after setting we have $M_2 < M - \lambda_1 T$. From the both conditions we shall have the condition

$$\lambda_2 T < M_2 < M - \lambda_1 T, \quad (2.6.)$$

which determines a finite number of integers of out-going capacity M_2 . By a sequential computing objective function (2.5.) we take such a capacity for which (2.5.) gets a minimal value. Value M_1 of out-going capacity of the first class of priority is then determined.

We substitute corresponding terms (1.4a, b.) modified according to (1.5.) for the mean-value of the rest at the end of period

Stredná hodnota $E(Z^{[l]})$ pre $M \geq 2$ závisí od koreňov charakteristickej rovnice vo výraze $\sum_{k=0}^{M_i} (1 - z_k^{[l]})^{-1}$ pre zaťaženia $\rho^{[l]}$ z (2.2.), ktoré hľadáme vhodnou numerickou metódou postupom opísaným v [2]. Podľa [3] pre podstatné zjednodušenie, môžeme použiť lineárnu aproximáciu $\sum_{k=0}^{M_i} (1 - z_k^{[l]})^{-1} \approx f^{[l]}(M_i, \rho^{[l]}) = a_1(M_i)\rho^{[l]} + a_0(M_i)$, ktorej koeficienty závislé od M_i sú v tvare

$$a_1(M_i) = 0.4045M_i - 0.6609, a_0(M_i) = 0.525M_i - 0.5114. \quad (2.7.)$$

Celkový postup ukážeme na nasledujúcom príklade.

Príklad: Pre systém zhromažďovania s dvoma triedami priorit majme dané: intenzity vstupu $\lambda_1 = 3 \text{ el./h.}$, $\lambda_2 = 2 \text{ el./h.}$, spoločnú periódu zhromažďovania $T = 1,2 \text{ h}$ a výstupnú kapacitu $M = 10 \text{ el.}$

Po dosadení do (2.6.) dostaneme $2,4 < M_2 < 6,4$. Potrebné výpočty zostavíme do nasledujúcej tab. 1.

Optimálne rozdelenie celkovej výstupnej kapacity M Tab. 1.

M_2	M_1	$\rho^{[2]}$	$\rho^{[1]}$	$E(Z^{[2]})$	$E(Z^{[1]})$	$Z(1,2)$
3	7	0,80	0,51	1,73	0,05	1,78
4	6	0,60	0,60	0,24	0,17	0,41
5	5	0,48	0,72	0,06	0,56	0,62
6	4	0,40	0,90	0,02	3,60	3,62

Z tabuľky vidíme, že optimálne rozdelenie celkovej výstupnej kapacity $M = 10 \text{ el.}$ je pre triedy priority nasledovné: pre prvú triedu $-M_1 = 6 \text{ el.}$, pre druhú triedu $-M_2 = 4 \text{ el.}$

2.3 Optimálna dĺžka periódy zhromažďovania

Závažným problémom pri efektívnom riadení procesov zhromažďovania na čas je stanovenie okamžikov ukončenia akumulácie elementov, t. j. stanovenie dĺžky periódy. Optimalizačná metóda dĺžky periódy uvedená v [3] berie do úvahy prevádzkové náklady systému zhromažďovania s dvoma nezávislými vstupnými tokmi elementov, z ktorých každý druh má rezervovanú vlastnú maximálnu výstupnú kapacitu zo systému. Po jednoduchšej modifikácii, môžeme tento postup použiť pre uvažovaný model s prioritami.

Označme $c_1^{[l]} > 0$ náklady na obsluhu jedného elementu, $c_2^{[l]} > 0$ fixné náklady na prevádzku počas jednej periódy a $c_3^{[l]} > 0$ náklady na pobyt v systéme a vo fronte pripadajúce na jeden element i -tej triedy priority za jednotku času. Počas jednej periódy systém priemerne obsluži λT elementov a čiastkové náklady na ich obsluhu budú $C_1^{[l]}(T) = c_1^{[l]} \lambda_i T$ peňažných jednotiek predpokladu lineárnej závislosti nákladov od množstva obsluženej

$E(Z^{[l]})$ to (2.5.). The mean-value $E(Z^{[l]})$ for $M \geq 2$ depends on the roots of characteristic equation in the term $\sum_{k=0}^{M_i} (1 - z_k^{[l]})^{-1}$ for utilising factor $\rho^{[l]}$ from (2.2.), which are searched for by a proper numerical method using the procedure described in [2]. According to [3], for a significant simplifying we can use a linear approximation $\sum_{k=0}^{M_i} (1 - z_k^{[l]})^{-1} \approx f^{[l]}(M_i, \rho^{[l]}) = a_1(M_i)\rho^{[l]} + a_0(M_i)$, whose coefficients dependent on M_i have the form

We show the overall previous procedure in the following example.

Example: Let us have given for the storage system with two priority classes as follows: the incoming rates $\lambda_1 = 3 \text{ el./h.}$, $\lambda_2 = 2 \text{ el./h.}$, a common storage period $T = 1.2 \text{ h}$ and the out-going capacity $M = 10 \text{ el.}$

From (2.6.) after substituting we shall obtain $2.4 < M_2 < 6.4$. Necessary calculations will be assembled to the Tab. 1.

Optimal decomposition of the total out-going capacity M Tab. 1.

M_2	M_1	$\rho^{[2]}$	$\rho^{[1]}$	$E(Z^{[2]})$	$E(Z^{[1]})$	$Z(1,2)$
3	7	0.80	0.51	1.73	0.05	1.78
4	6	0.60	0.60	0.24	0.17	0.41
5	5	0.48	0.72	0.06	0.56	0.62
6	4	0.40	0.90	0.02	3.60	3.62

We can see from the Tab.1. that the optimal decomposition of total out-going capacity $M = 10 \text{ el.}$ for the both priority classes is as follows: for the first class $-M_1 = 6 \text{ el.}$, for the second class $-M_2 = 4 \text{ el.}$

2.3 Optimal length of the storage period

A relevant problem within the effective time control of the storage processes is a setting of the moments when the accumulation of elements will end (i.e. the setting of the period duration). The optimising method of the length of period in [3] regards the costs of the storage system with two independent incoming streams of elements where each variety of elements has a reserved actual out-going capacity from the system. We can use that technique after a simple modification for the reasoned model with priorities.

Let us denote $c_1^{[l]} > 0$ the service costs of one element, $c_2^{[l]} > 0$ denotes fixed costs for performing the system during one period and $c_3^{[l]} > 0$ are the costs for remaining in the system and a waiting line corresponding one element of the i th class of priority per time unit. The system serves λT elements in average during one period and their costs will be $C_1^{[l]}(T) = c_1^{[l]} \lambda_i T$ under the assumption of linear dependence on the amount of the served elements. If we

záfaže. Ak ich upravíme o fixné náklady, dostaneme $C_1^{[i]}(T) = c_1^{[i]} \lambda_i T + c_2^{[i]}$. Čiastkové náklady na dobu strávenú v systéme (2.4.) budú činiť $C_2^{[i]}(T) = c_3^{[i]} w^{[i]}$ peňažných jednotiek.

Celkové náklady v závislosti od dĺžky periódy môžeme potom vyjadriť funkciou celkových nákladov

$$C(T) = C_1^{[i]}(T) + C_2^{[i]}(T) = c_1^{[i]} \lambda_i T + c_2^{[i]} + c_3^{[i]} w^{[i]} \quad (2.8.)$$

združujúcou čiastkové náklady na obsluhu a prestoje v systéme.

Pri daných nákladových sadzbách môžeme celkové náklady znížiť tým spôsobom, že budeme minimalizovať fixné náklady $c_2^{[i]} > 0$ rozložením na väčší počet obslužených elementov tak, že vyjadríme pomernú časť celkových nákladov (2.8.) pripadajúcu na jeden obslužený element vydelením hodnoty $C^{[i]}(T)$ priemerným počtom obslužených elementov zodpovedajúcej triedy priority za jednu periódu $\lambda_i T$. Z nákladovej funkcie (2.8.) potom dostaneme

$$N^{[i]}(T) = \frac{C^{[i]}(T)}{\lambda_i T} = c_1^{[i]} + \frac{c_2^{[i]}}{\lambda_i T} + c_3^{[i]} \frac{w^{[i]}}{\lambda_i T}. \quad (2.9.)$$

Pre obe triedy priority vytvoríme združenú nákladovú funkciu

$$\begin{aligned} N(T) &= N^{[1]}(T) + N^{[2]}(T) = c_1^{[1]} + \frac{c_2^{[1]}}{\lambda_1 T} + c_3^{[1]} \frac{w^{[1]}}{\lambda_1 T} + c_1^{[2]} + \frac{c_2^{[2]}}{\lambda_2 T} + c_3^{[2]} \frac{w^{[2]}}{\lambda_2 T} = \\ &= c_1^{[1]} + \frac{c_2^{[1]}}{\lambda_1 T} + \frac{c_3^{[1]}}{\lambda_1} \left(E(Z^{[1]}) + \frac{\lambda_1 T}{2} \right) + c_1^{[2]} + \frac{c_2^{[2]}}{\lambda_2 T} + \frac{c_3^{[2]}}{\lambda_2} \left(E(Z^{[2]}) + \frac{\lambda_2 T}{2} \right). \end{aligned} \quad (2.10.)$$

Zo stabilizačných podmienok $\lambda_1 T < M_1$, $\lambda_2 T < M_2$ pre obe triedy zhromažďovania dostaneme ohraničenie pre dĺžku periódy

$$T < \min \left\{ \frac{M_1}{\lambda_1}, \frac{M_2}{\lambda_2} \right\}.$$

Pre výpočet $E(Z^{[i]})$ v (2.10.) znovu využijeme zodpovedajúce aproximácie (2.7.) upravené podľa (1.5.).

Závislosť jednotlivých výstupných kapacít M_1 , M_2 pre obe triedy priority nám neumožňuje analytické riešenie vo vzťahu (2.10.). Použijeme teda metódu postupných prepočtov pre vybrané dĺžky periódy aplikáciou podmienky (2.6.), z ktorých potom vyberieme optimálnu hodnotu.

Príklad: Pre systém zhromažďovania s dvoma triedami priorit majme dané: intenzity vstupu $\lambda_1 = 0,42$ el./h, $\lambda_2 = 0,24$ el./h a výstupnú kapacitu $M = 7$ el.

Zo stabilizačných podmienok pre obe triedy zhromažďovania dostaneme ohraničenie pre dĺžku periódy $T < \min \left\{ \frac{M_1}{\lambda_1}, \frac{M_2}{\lambda_2} \right\}$. Pre dané číselné hodnoty máme

$$T < \min \left\{ \frac{7}{0,42}, \frac{7}{0,24} \right\} \approx 14,28.$$

Ďalej položíme $T = 1$ a výpočty zostavme do tab. 2. Z podmienky (2.6.) určíme zodpovedajúce hodnoty výstupnej kapacity

adjust them to fixed costs we shall get $C_1^{[i]}(T) = c_1^{[i]} \lambda_i T + c_2^{[i]}$. Partial costs for the time which the elements spent in the system (2.4.) will be $C_2^{[i]}(T) = c_3^{[i]} w^{[i]}$ of the monetary units.

Total costs function of the length of the period T can be expressed

$$C(T) = C_1^{[i]}(T) + C_2^{[i]}(T) = c_1^{[i]} \lambda_i T + c_2^{[i]} + c_3^{[i]} w^{[i]} \quad (2.8.)$$

which joins the partial costs for service and the time spent in the system.

At given cost rates we can reduce the global costs if we minimise fixed costs $c_2^{[i]} > 0$ by their distribution to a higher number of served elements by expressing a relative part of the total costs (2.8.) corresponding to one served element dividing the value $C^{[i]}(T)$ by the average number of served elements corresponding to the class of the priority per one period $\lambda_i T$. From the costs function (2.8.) then we shall get

$$N^{[i]}(T) = \frac{C^{[i]}(T)}{\lambda_i T} = c_1^{[i]} + \frac{c_2^{[i]}}{\lambda_i T} + c_3^{[i]} \frac{w^{[i]}}{\lambda_i T}. \quad (2.9.)$$

We construct comprehensive costs function for the both priority classes

$$\begin{aligned} N(T) &= N^{[1]}(T) + N^{[2]}(T) = c_1^{[1]} + \frac{c_2^{[1]}}{\lambda_1 T} + c_3^{[1]} \frac{w^{[1]}}{\lambda_1 T} + c_1^{[2]} + \frac{c_2^{[2]}}{\lambda_2 T} + c_3^{[2]} \frac{w^{[2]}}{\lambda_2 T} = \\ &= c_1^{[1]} + \frac{c_2^{[1]}}{\lambda_1 T} + \frac{c_3^{[1]}}{\lambda_1} \left(E(Z^{[1]}) + \frac{\lambda_1 T}{2} \right) + c_1^{[2]} + \frac{c_2^{[2]}}{\lambda_2 T} + \frac{c_3^{[2]}}{\lambda_2} \left(E(Z^{[2]}) + \frac{\lambda_2 T}{2} \right). \end{aligned} \quad (2.10.)$$

From the stability conditions $\lambda_1 T < M_1$, $\lambda_2 T < M_2$ for the both priority classes we shall get the limitation for the length of

$$\text{the period } T < \min \left\{ \frac{M_1}{\lambda_1}, \frac{M_2}{\lambda_2} \right\}.$$

For computing $E(Z^{[i]})$ to (2.10.) we again use corresponding approximation terms (2.7.) adapted according to (1.5.).

Dependence of the individual out-going capacities M_1 , M_2 for the classes of priority does not allow us an analytical solution in (2.10.). Thus we use a method of consecutive calculations for the chosen lengths of period by application the condition (2.6.), from which we choose an optimal value.

Example: Let us have given for the system of storage with two priority classes as follows: the incoming rates $\lambda_1 = 0,42$ el./h, $\lambda_2 = 0,24$ el./h and the out-going capacity $M = 7$ el.

From the limitation for the length of the period

$$T < \min \left\{ \frac{M_1}{\lambda_1}, \frac{M_2}{\lambda_2} \right\}, \text{ for given numerical values we have}$$

$$T < \min \left\{ \frac{7}{0,42}, \frac{7}{0,24} \right\} \approx 14,28.$$

The next step is to set $T = 1$ and assemble calculations to the Tab. 2. We define corresponding values of the out-going capacity M_2 from the condition (2.6.). We shall get $M_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

M_2 . Pretože $0,24 < M_2 < 7 - 0,42$, dostaneme, že $M_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Pre každú hodnotu M_2 zo vzťahu $M = 7 = M_1 + M_2$ určíme hodnotu výstupnej kapacity M_1 . Pre zvolenú dĺžku periódy a určené výstupné kapacity M_1, M_2 postupne vypočítame hodnoty funkcie (2.10.). Optimálne náklady zistíme jednoducho prehľadným stĺpcu $N(1)$.

Tab. 2

M_1	M_2	$\rho^{[1]}$	$\rho^{[2]}$	$N(1)$
6	1	0.07	0.24	2252.2
5	2	0.08	0.12	2252.1
4	3	0.11	0.08	2255.8
3	4	0.14	0.06	2259.6
2	5	0.21	0.05	2264.3
1	6	0.42	0.04	2300.8

Zvoľme $T = 3$. Z podmienky (2.6.) dostaneme prípustné hodnoty výstupnej kapacity M_2 pre, ktoré sú výpočty zoradené v tab.3.

Pre $T = 5$ a $T = 9$ sú výsledky zostavené v tab. 4. a tab. 5.

Tab. 4

M_1	M_2	$\rho^{[1]}$	$\rho^{[2]}$	$N(5)$
5	2	0.42	0.6	1054.1
3	4	0.52	0.4	990.2
3	4	0.7	0.3	1066.0

Nasledujúci obr. 2. ukazuje závislosť nákladov vo funkcii (2.10.) od dĺžky periódy T pre vybrané parametre: $\lambda_1 = 0,42$, $\lambda_2 = 0,24$, $M = 7$.

Ako vidíme aj z obr. 2, podrobnejším prepočtom pre $T \in \langle 4; 5 \rangle$ zistíme, že funkcia (2.9.) nadobúda minimum pre periódu $T = 4,5$ s nasledujúcimi hodnotami: $M_1 = 4$, $M_2 = 3$ zataženiami $\rho^{[1]} = 0,47$, $\rho^{[2]} = 0,36$ a hodnotou $N(4, 5) = 983$.

3 Záver

V prvej časti príspevku sú definované a odvodené základné stredné hodnoty popisujúce efektívnosť činnosti uvažovaného systému zhromažďovania s dvoma triedami priorit. To nám dáva možnosť využiť tieto charakteristické stredné hodnoty pre odvodenie optimálnej dĺžky periódy zhromažďovania elementov. V druhej časti príspevku je analyzovaná metóda nákladovej optimalizácie dĺžky periódy minimalizujúca fixné náklady podľa počtu obslužených elemen-

as $0,24 < M_2 < 7 - 0,42$. We shall define a value of the out-going capacity M_1 for each value M_2 from $M = 7 = M_1 + M_2$. For a chosen length of the period and determined out-going capacities M_1, M_2 we shall compute values of the function (2.10.) in successive steps. We shall find out the optimal costs simply by searching the last column $N(1)$.

Tab. 3

M_1	M_2	$\rho^{[1]}$	$\rho^{[2]}$	$N(3)$
6	1	0.21	0.72	1317.8
5	2	0.25	0.36	1083.0
4	3	0.32	0.24	1076.1
3	4	0.42	0.18	1088.0
2	5	0.63	0.14	1153.4

Let us choose $T = 3$. From the condition (2.6.) $0,72 < M_2 < 5,74$ we shall obtain feasible values of the out-going capacity M_2 whose calculations are aligned in the Tab. 3.

For $T = 5$ and $T = 9$ results are set in the Tab. 4. and Tab. 5.

Tab. 5

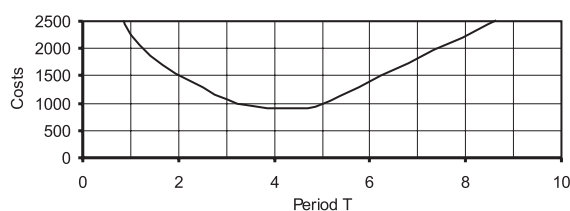
M_1	M_2	$\rho^{[1]}$	$\rho^{[2]}$	$N(9)$
4	3	0.98	0.7	2675.7

Following Fig. 2. shows a dependency of the costs in the function (2.10.) on the length of period T for the selected parameters: $\lambda_1 = 0,42$, $\lambda_2 = 0,24$, $M = 7$.

As we can see in the Fig. 2, exact computing for $T \in \langle 4; 5 \rangle$ will show that the function (2.10.) get the minimum for the period $T = 4,5$ with following values: $M_1 = 4$, $M_2 = 3$ the utilisation factors $\rho^{[1]} = 0,47$, $\rho^{[2]} = 0,36$ and costs $N(4,5) = 983$.

3 Conclusions

In the first part of the paper basic characteristic mean-values are defined and derived describing effective functioning of the considered storage system with two priority classes. It gives us a possibility to exploit those characteristic mean-values for deriving the optimal length period of element accumulation. In the second part of the paper is analysed the costs optimising method of the length of period minimising fixed costs according to the amount of served



Obr. 2. Závislosť nákladov funkcie (2.10.) na dĺžke periódy
Fig. 2. Cost dependency of the function (2.10.) on the length of period

tov počas jednej periódy. Taktiež je navrhnutá možnosť optimálneho rozdelenia celkovej výstupnej kapacity pre triedy priorít minimalizujúca celkový zvyšok elementov bez ohľadu na triedu priority.

Podakovanie

Táto práca bola podporovaná Ministerstvom školstva a vedy SR v rámci grantového projektu č. 1/7211/20.

elements during one period. There is also suggested a possibility of the optimal decomposing of the total out-going capacity for the classes of priority minimising the cumulative rest of elements regardless the class of the priority.

Acknowledgement

This paper was supported by the Ministry of Education of the Slovak Republic under grant No. 1/7211/20.

Literatúra – References

- [1] ČERNÝ, J., KLUVÁNEK, P.: *Základy matematickej teórie dopravy*, Veda, Bratislava 1990
- [2] REBO, J.: *Discrete process of storage*, Proceedings of International Conference On Mathematical Methods in Economics, pp. 171-178, University Of West Bohemia, Cheb 1998
- [3] REBO, J.: *Cost optimising of the length of period for the discrete process of storage with two incoming streams of elements*, Proceedings of International Conference On Mathematical Methods in Economics, pp. 231-237, University Of Economics, J. Hradec 1999

Róbert Tenzer *

APLIKÁCIA METÓDY MINIMALIZÁCIE MAXIMÁLNEJ CHYBY V TRANSFORMÁCII POLYNÓMICKOU APROXIMÁCIOU

APPLICATION OF THE MINIMALIZATION OF MAXIMAL ERROR METHOD IN A TRANSFORMATION BY POLYNOMIAL APPROXIMATION

Metóda najmenších štvorcov je spravidla používaná na odhad koeficientov polynómickej transformácie. Článok popisuje racionalizáciu polynómickej aproximácie metódou minimalizácie maximálnej chyby (Čebyševova aproximácia).

The least square method is generally used for an estimation of the coefficients of polynomial transformation. The paper describes the rationalization of polynomial approximation by the minimization of maximal error model (Chebyshev approximation).

1. Úvod – metóda minimalizácie maximálnej chyby

Pri transformácii medzi dvoma súradnicovými systémami v geodézii sa na odhad transformačných koeficientov (napr. polynómickej transformácie) spravidla používa metóda najmenších štvorcov, ktorá spočíva v minimalizácii sumy opráv na diskretné množine tzv. identických bodov, ktorých poloha je definovaná v oboch súradnicových systémoch. Ďalšou možnosťou je metóda minimalizácie maximálnej chyby, ktorá vyhovuje podmienke

$$\max_{a \leq x \leq b} |f(x) - R_{m,k}(x)| = \min, \quad (1)$$

kde

$$R_{s,t}(x) = \frac{P_s(x)}{Q_t(x)} = \frac{\sum_{j=0}^s c_j x^j}{\sum_{j=0}^t d_j x^j}, \quad d_0 = 1 \quad (2)$$

je Čebyševova racionálna aproximácia [1] všeobecnej funkcie $f(x)$ definovanej v tomto prípade diskretnou množinou identických bodov na intervale $\langle a, b \rangle$.

2. Praktická aplikácia

Pre 78 identických bodov ($n = 78$) na území Slovenska, ktorých poloha v systémoch S-1942/83 a ETRS-89 je daná geodetickými zemepisnými súradnicami B', L' a B, L , sú určené koeficienty $a_{0,0}, a_{1,0}, \dots, a_{0,2}; b_{0,0}, b_{1,0}, \dots, b_{0,2}$ polynómickej aproximácie

1. Introduction – the minimization of maximal error method

To estimate the coefficients of transformation (e.g. the polynomial transformation) in the transformation between two coordinate systems in geodesy the least square method is generally used. This method resides in the minimization of the sum of corrections on a discrete set, which contains the identical points, whose position is defined in both coordinate systems. Another possibility is the minimization of maximal error method, which corresponds with the condition

$$\max_{a \leq x \leq b} |f(x) - R_{m,k}(x)| = \min, \quad (1)$$

where

$$R_{s,t}(x) = \frac{P_s(x)}{Q_t(x)} = \frac{\sum_{j=0}^s c_j x^j}{\sum_{j=0}^t d_j x^j}, \quad d_0 = 1 \quad (2)$$

is the rational Chebyshev approximation [1] of the common function $f(x)$ defined in this case by the discrete set of identical points on the interval $\langle a, b \rangle$.

2. Practical application

For 78 identical points ($n = 78$) in the territory of Slovakia, whose position in the systems S-1942/3 and ETRS-89 is given by geodetic coordinates B', L' and B, L , the coefficients $a_{0,0}, a_{1,0}, \dots, a_{0,2}; b_{0,0}, b_{1,0}, \dots, b_{0,2}$ of polynomial approximation are estimated

$$dB_i = \sum_{k=0}^2 \sum_{l=0}^k a_{k-l,i} \Delta B_i^{k-l} \Delta L_i^l = a_{0,0} + a_{1,0} \Delta B_i + a_{0,1} \Delta L_i + a_{1,1} \Delta B_i \Delta L_i + a_{2,0} \Delta B_i^2 + a_{0,2} \Delta L_i^2,$$

* Ing. Róbert Tenzer

Department of Geodetic Survey, Faculty of Civil Engineering, University of Žilina, Komenského 52, SK-01001 Žilina

$$dL_i = \sum_{k=0}^2 \sum_{l=0}^k a_{k-l,l} \Delta B_i^{k-l} \Delta L_i^l = b_{0,0} + b_{1,0} \Delta B_i + b_{0,1} \Delta L_i + a_{1,1} \Delta B_i \Delta L_i + b_{2,0} \Delta B_i^2 + b_{0,2} \Delta L_i^2, \quad (3)$$

kde $\Delta B_i = B_i - n^{-1} \sum_{i=1}^n B_i$, $\Delta L_i = L_i - n^{-1} \sum_{i=1}^n L_i$, $dB_i = (B'_i - B_i)M_i$,

$dL_i = (L'_i - L_i)N_i \cos B_i$,

M je meridiánový polomer krivosti a N je priečný polomer krivosti, odhadom podľa metódy najmenších štvorcov v systéme rovníc

where $\Delta B_i = B_i - n^{-1} \sum_{i=1}^n B_i$, $\Delta L_i = L_i - n^{-1} \sum_{i=1}^n L_i$, $dB_i =$

$= (B'_i - B_i)M_i$, $dL_i = (L'_i - L_i)N_i \cos B_i$,

M is meridian radius of curvature and N is prime vertical radius of curvature, using the least square method in the system of equations

$$A_{dB} \delta x_{dB}^{(0)} - l_{dB} = v_{dB}^{(0)}, \quad A_{dL} \delta x_{dL}^{(0)} - l_{dL} = v_{dL}^{(0)},$$

$$\delta x_{dB}^{(0)} = (A_{dB}^T P_{dB} A_{dB})^{-1} A_{dB}^T P_{dB} l_{dB}, \quad \delta x_{dL}^{(0)} = (A_{dL}^T P_{dL} A_{dL})^{-1} A_{dL}^T P_{dL} l_{dL},$$

$$AdB \equiv AdL = \begin{pmatrix} 1 & \Delta B_1 & \Delta L_1 & \Delta B_1 \Delta L_1 & \Delta B_1^2 & \Delta L_1^2 \\ 1 & \Delta B_2 & \Delta L_2 & \Delta B_2 \Delta L_2 & \Delta B_2^2 & \Delta L_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \Delta B_n & \Delta L_n & \Delta B_n \Delta L_n & \Delta B_n^2 & \Delta L_n^2 \end{pmatrix}$$

$$(\delta x_{dB}^{(0)}) = (a_{0,0}^{(0)} \ a_{1,0}^{(0)} \ a_{0,1}^{(0)} \ a_{1,1}^{(0)} \ a_{2,0}^{(0)} \ a_{0,2}^{(0)}), \quad (\delta x_{dL}^{(0)}) = (b_{0,0}^{(0)} \ b_{1,0}^{(0)} \ b_{0,1}^{(0)} \ b_{1,1}^{(0)} \ b_{2,0}^{(0)} \ b_{0,2}^{(0)}), \quad (4)$$

$$I_{dB} = \begin{pmatrix} dB_1 \\ dB_2 \\ \vdots \\ dB_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (B'_1 - B_1)M_1 \\ (B'_2 - B_2)M_2 \\ \vdots \\ (B'_n - B_n)M_n \end{pmatrix}, \quad I_{dL} = \begin{pmatrix} dL_1 \\ dL_2 \\ \vdots \\ dL_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (L'_1 - L_1)N_1 \cos B_1 \\ (L'_2 - L_2)N_2 \cos B_2 \\ \vdots \\ (L'_n - L_n)N_n \cos B_n \end{pmatrix},$$

$$P_{dB} = \begin{pmatrix} P_{dB_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P_{dB_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & P_{dB_n} \end{pmatrix}, \quad P_{dL} = \begin{pmatrix} P_{dL_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P_{dL_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & P_{dL_n} \end{pmatrix},$$

za podmienky minimalizácie sumy opráv na diskretnej množine bodov $i = 1, 2, \dots, n$,

under the condition of minimization of sum of corrections on the discrete set of points $i = 1, 2, \dots, n$,

$$\sum_{i=1}^n v_{dB,i}^{(0)} P_{dB,i} v_{dB,i}^{(0)} = v_{dB}^{(0)T} P_{dB} v_{dB}^{(0)} = \min., \quad \sum_{i=1}^n v_{dL,i}^{(0)} P_{dL,i} v_{dL,i}^{(0)} = v_{dL}^{(0)T} P_{dL} v_{dL}^{(0)} = \min. \quad (5)$$

na intervale $\langle -1, 1 \rangle$. Váhy sú funkciou stredných súradnicových chýb na identických bodoch

on the interval $\langle -1, 1 \rangle$. The weights are function of the mean coordinate errors on the identical points

$$P_{dB_i} = f(m_{dB_i}, m_{dB_i}), \quad P_{dL_i} = f(m_{dL_i}, m_{dL_i}).$$

Na obr. 1 a obr. 2 sú znázornené vektory opráv $v^{(0)}$ a veľkosť zložiek $v_{dB}^{(0)}$, $v_{dL}^{(0)}$ vektorov opráv polynómnickej transformácie.

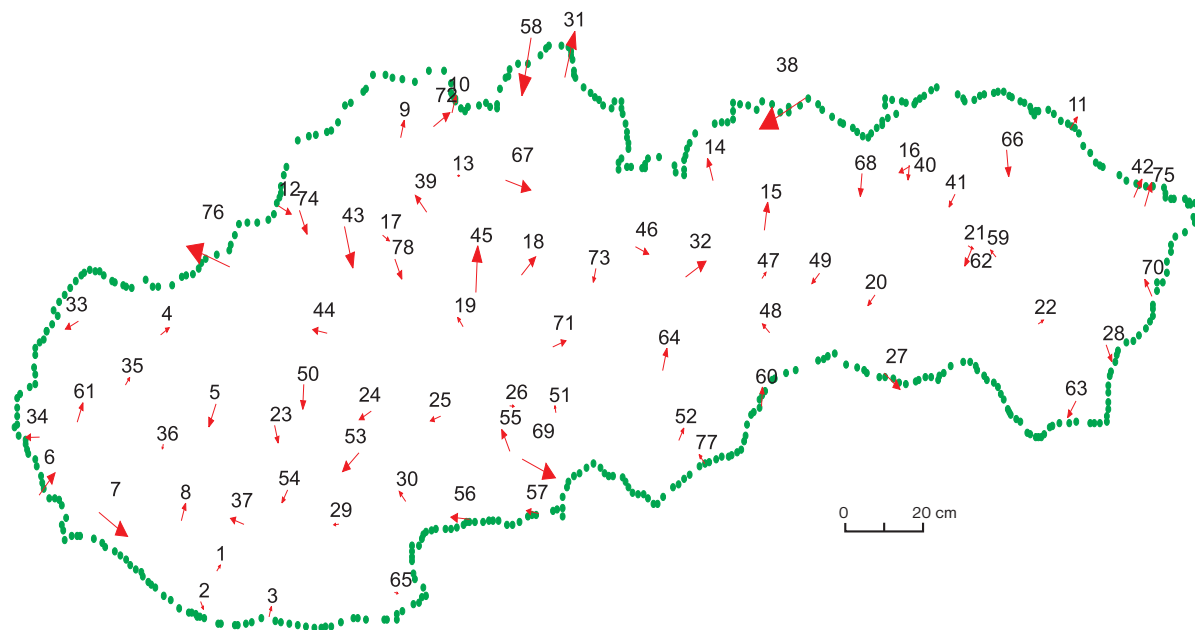
Figures 1 and 2 show the vectors of corrections $v^{(0)}$ and the value of the correction vector components $v_{dB}^{(0)}$, $v_{dL}^{(0)}$ in the polynomial transformation.

Podľa druhého Remesovho algoritmu je možné určiť koeficienty Čebyševovej aproximácie riešením systému rovníc postupnými iteráciami [2]

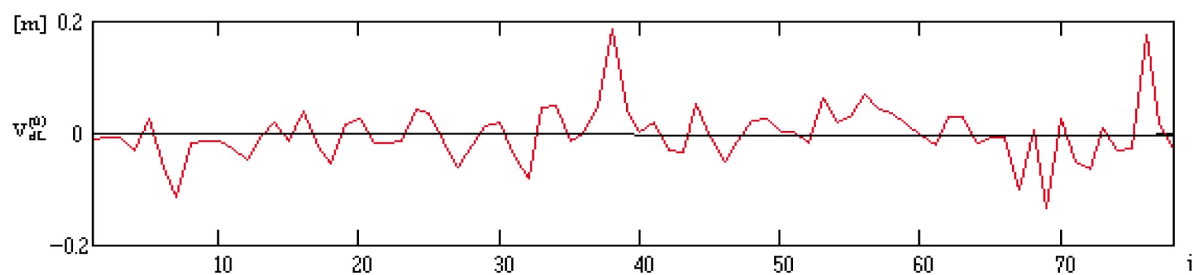
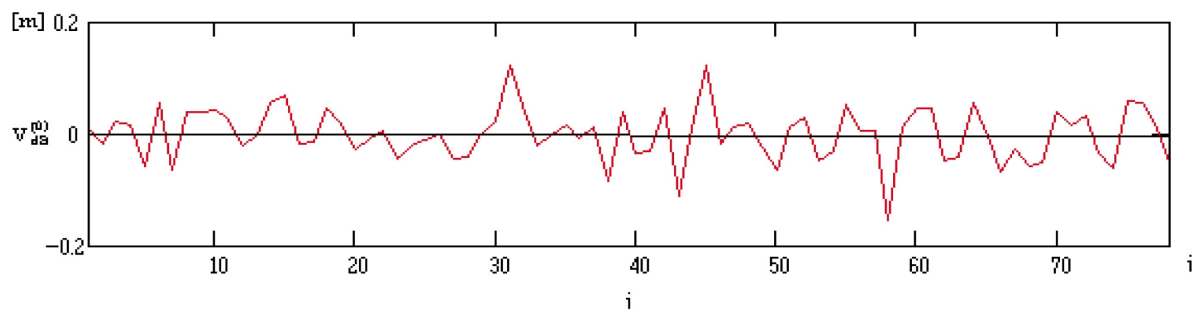
According to the second Remes' algorithms it is possible to determine the coefficients of Chebyshev approximation by solving the system of equations using iterative operations consecutively [2]

$$f(x_i) - R_{s,t}(x) = f(x_i) - \frac{\sum_{j=0}^s c_j(x_i)^j}{\sum_{j=0}^t d_j(x_i)^j} = (-1)^i \max |m| \Rightarrow \sum_{j=0}^s c_j(x_i)^j - [f(x_i) - (-1)^i \max |m^{(l)}|] \sum_{j=1}^t d_j(x_i)^j = f(x_i) - (-1)^i \max |m^{(l+1)}|,$$

$$i = 0, 1, \dots, s + t + 1, l = 0, 1, \dots, \text{pre } t \neq 0, \quad (6)$$



Obr. 1. Vektory opráv $v^{(0)}$ polynomickej aproximácie
Fig. 1. Vectors of corrections $v^{(0)}$ of polynomial transformation



Obr. 2. Veľkosť zložiek opráv $v_{dB}^{(0)}$, $v_{dL}^{(0)}$ polynomickej aproximácie
Fig. 2. Value of correction vector components $v_{dB}^{(0)}$, $v_{dL}^{(0)}$ of polynomial transformation

a pre $t = 0$ je systém lineárnych rovníc v tvare

$$f(x_i) - \sum_{j=0}^s c_j (x_i)^j = (-1)^j m. \quad (7)$$

Pri riešení systému lineárnych rovníc (7) pre prípad koeficientov polynomickej transformácie platí

and for $t = 0$ a linear system of equations has a form

$$f(x_i) - \sum_{j=0}^s c_j (x_i)^j = (-1)^j m. \quad (7)$$

In solving the linear system of equations (7), for the coefficients of polynomial transformation applies

$$f_{dB}(x) - \delta_i \max |v_{dB}^{(0)}| = \begin{pmatrix} f_{dB}(x_1) \\ f_{dB}(x_2) \\ \vdots \\ f_{dB}(x_n) \end{pmatrix} - \delta_i \max |v_{dB}^{(0)}| \equiv I_{dB} - \delta_i \max |v_{dB}^{(0)}| = \begin{pmatrix} (B'_1 - B_1)M_1 \\ (B'_2 - B_2)M_2 \\ \vdots \\ (B'_n - B_n)M_n \end{pmatrix} - \delta_i \max |v_{dB}^{(0)}|,$$

$$f_{dL}(x) - \delta_i \max |v_{dL}^{(0)}| = \begin{pmatrix} f_{dL}(x_1) \\ f_{dL}(x_2) \\ \vdots \\ f_{dL}(x_n) \end{pmatrix} - \delta_i \max |v_{dL}^{(0)}| \equiv I_{dL} - \delta_i \max |v_{dL}^{(0)}| = \begin{pmatrix} (L'_1 - L_1)N_1 \cos B_1 \\ (L'_2 - L_2)N_2 \cos B_2 \\ \vdots \\ (L'_n - L_n)N_n \cos B_n \end{pmatrix} - \delta_i \max |v_{dL}^{(0)}|, \quad (8)$$

$$AdB \equiv AdL = \begin{pmatrix} 1 & \Delta B_1 & \Delta L_1 & \Delta B_1 \Delta L_1 & \Delta B_1^2 & \Delta L_1^2 & \delta_1 \\ 1 & \Delta B_2 & \Delta L_2 & \Delta B_2 \Delta L_2 & \Delta B_2^2 & \Delta L_2^2 & \delta_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \Delta B_n & \Delta L_n & \Delta B_n \Delta L_n & \Delta B_n^2 & \Delta L_n^2 & \delta_n \end{pmatrix}$$

$$\delta_i = 1 \text{ pre } v_i \leq 0 \text{ a } \delta_i = -1 \text{ pre } v_i > 0,$$

$$(\delta x_{dB}^{(1)})^T = (a_{0,0}^{(1)} \ a_{1,0}^{(1)} \ a_{0,1}^{(1)} \ a_{1,1}^{(1)} \ a_{2,0}^{(1)} \ a_{0,2}^{(1)} \ \max |v_{dB}^{(1)}|), \quad (\delta x_{dL}^{(1)})^T = (b_{0,0}^{(1)} \ b_{1,0}^{(1)} \ b_{0,1}^{(1)} \ b_{1,1}^{(1)} \ b_{2,0}^{(1)} \ b_{0,2}^{(1)} \ \max |v_{dL}^{(1)}|),$$

kde $\max |v_{dB}^{(1)}|$, $\max |v_{dL}^{(1)}|$ sú maximálne zložky opráv l -tej iterácie, $l = 0, I, \dots$

Koeficienty Čebyševovho aproximačného polynómu boli určené podľa rovníc

where $\max |v_{dB}^{(1)}|$, $\max |v_{dL}^{(1)}|$ are the maximal components of correction l -iteration, $l = 0, I, \dots$

The coefficients of Chebyshev approximation polynomial are determined using following equations

$$\delta x_{dB}^{(l)} = (A_{dB}^T P_{dB} A_{dB})^{-1} A_{dB}^T P_{dB} [f_{dB}(x) - \delta_i \max |v_{dB}^{(0)}|] = (A_{dB}^T P_{dB} A_{dB})^{-1} A_{dB}^T P_{dB} [I_{dB} - \delta_i \max |v_{dB}^{(0)}|],$$

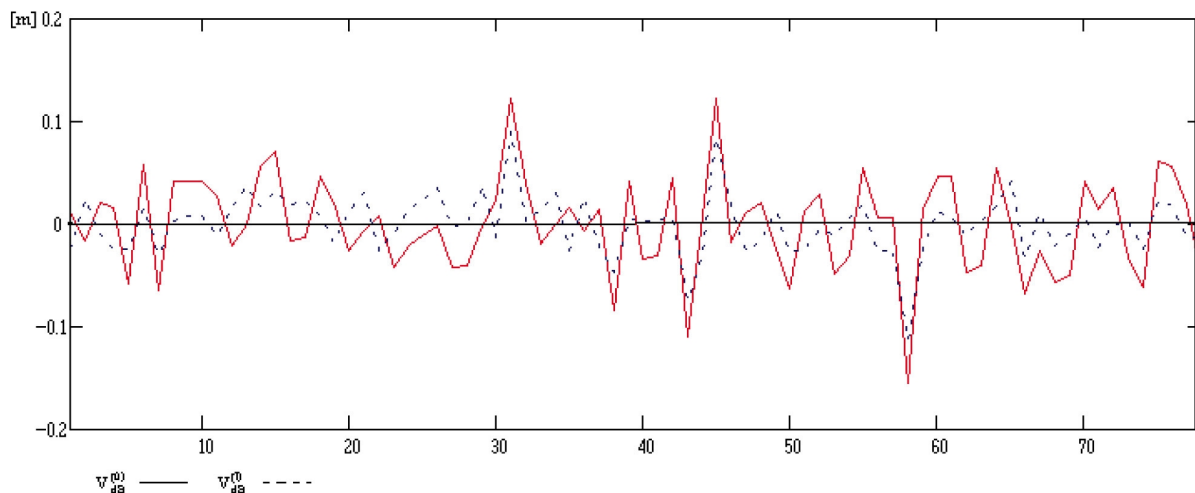
$$\delta x_{dL}^{(l)} = (A_{dL}^T P_{dL} A_{dL})^{-1} A_{dL}^T P_{dL} [f_{dL}(x) - \delta_i \max |v_{dL}^{(0)}|] = (A_{dL}^T P_{dL} A_{dL})^{-1} A_{dL}^T P_{dL} [I_{dL} - \delta_i \max |v_{dL}^{(0)}|], \quad (9)$$

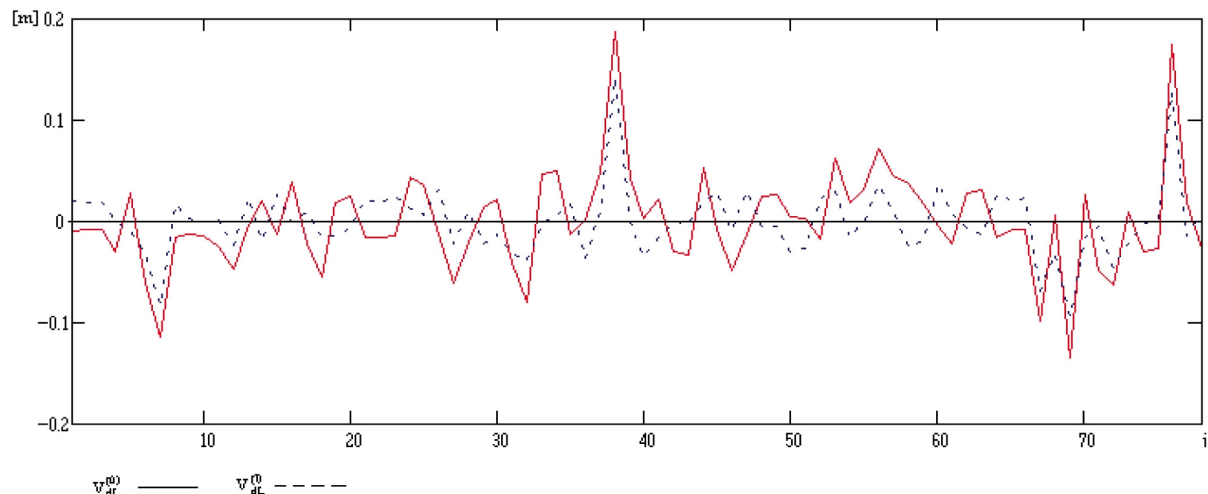
a pre vektory opráv platí

and for correction vectors applies:

$$A_{dB} \delta x_{dB}^{(l)} - [f_{dB}(x) - \delta_i \max |v_{dB}^{(0)}|] = A_{dB} \delta x_{dB}^{(l)} - [I_{dB} - \delta_i \max |v_{dB}^{(0)}|] = v_{dB}^{(l)},$$

$$A_{dL} \delta x_{dL}^{(l)} - [f_{dL}(x) - \delta_i \max |v_{dL}^{(0)}|] = A_{dL} \delta x_{dL}^{(l)} - [I_{dL} - \delta_i \max |v_{dL}^{(0)}|] = v_{dL}^{(l)}, \quad (10)$$





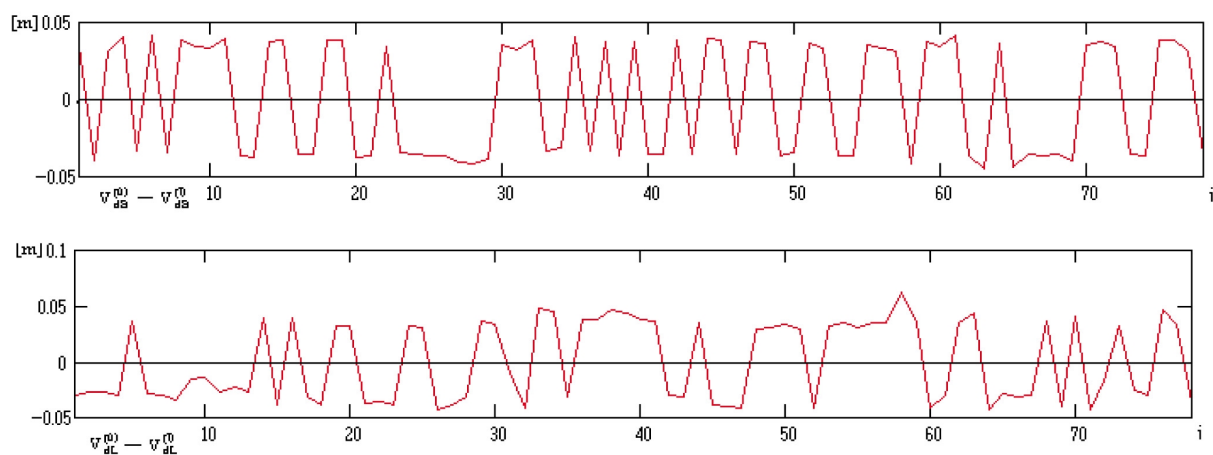
Obr. 3. Zložky opráv $v_{dB}^{(I)}, v_{dL}^{(I)}$ Čebyševovej aproximácie a zložky opráv $v_{dB}^{(0)}, v_{dL}^{(0)}$ polynómickej aproximácie
Fig.3 Correction components of Chebyshev approximation $v_{dB}^{(I)}, v_{dL}^{(I)}$ and the correction components of polynomial approximation $v_{dB}^{(0)}, v_{dL}^{(0)}$

Pri $t = 0$ prvá iterácia postačuje.

For $t = 0$, the first iteration is sufficient.

Na obr. 3 a obr. 4 sú porovnané veľkosti zložiek opráv Čebyševovej $v_{dB}^{(I)}, v_{dL}^{(I)}$ a polynómickej aproximácie $v_{dB}^{(0)}, v_{dL}^{(0)}$ a na obr. 5 sú vektory opráv $v^{(I)}$ Čebyševovej aproximácie.

Figures 3 and 4 show a comparison between the value of the correction components of Chebyshev approximation $v_{dB}^{(I)}, v_{dL}^{(I)}$ and polynomial approximation $v_{dB}^{(0)}, v_{dL}^{(0)}$. Figure 5 shows the correction vectors $v^{(I)}$ of Chebyshev approximation.



Obr. 4. Rozdiely zložiek opráv Čebyševovej a polynómickej aproximácie
Fig. 4. Differences between the correction components of Chebyshev and polynomial approximation

Koeficienty polynómickej a Čebyševovej aproximácie

Tab. 1

	Koeficienty polynómickej aproximácie	Koeficienty Čebyševovej aproximácie
$a_{0,0}$	-37,918	-37,920
$a_{1,0}$	82,708	82,480
$a_{0,1}$	95,605	95,680
$a_{1,1}$	159,467	143,090

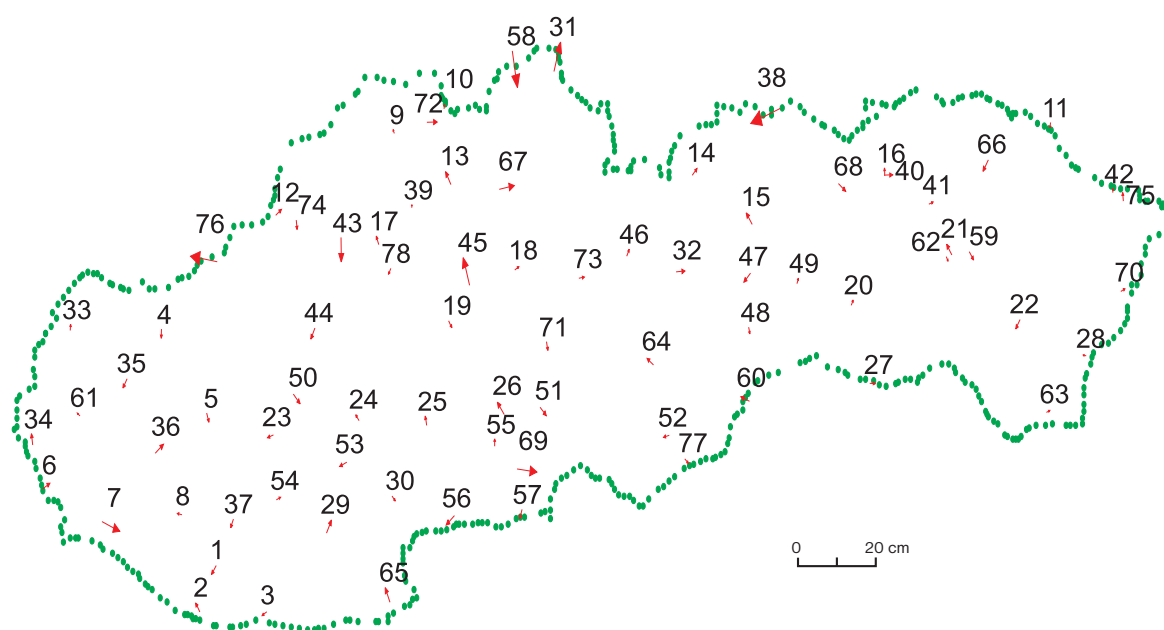
Coefficients of polynomial and Chebyshev approximation

Tab. 1

	Coefficients of polynomial approximation	Coefficients of Chebyshev approximation
$a_{0,0}$	-37.918	-37.920
$a_{1,0}$	82.708	82.480
$a_{0,1}$	95.605	95.680
$a_{1,1}$	159.467	143.090

	Koeficienty polynomickej aproximácie	Koeficienty Čebyševovej aproximácie
$a_{2,0}$	161,477	203,250
$a_{0,2}$	34,594	35,100
$\max v_{dB}^{(I)} $	-	-0,12 [m]
$b_{0,0}$	-124,851	-124,845
$b_{1,0}$	-2,281	-2,836
$b_{0,1}$	23,059	23,203
$b_{1,1}$	-32,703	-6,1319
$b_{2,0}$	-142,091	-250,014
$b_{0,2}$	18,453	10,609
$\max v_{dB}^{(I)} $	-	0,1516 [m]

	Coefficients of polynomial approximation	Coefficients of Chebyshev approximation
$a_{2,0}$	161.477	203.250
$a_{0,2}$	34.594	35.100
$\max v_{dB}^{(I)} $	-	-0.12 [m]
$b_{0,0}$	-124.851	-124.845
$b_{1,0}$	-2.281	-2.836
$b_{0,1}$	23.059	23.203
$b_{1,1}$	-32.703	-6.1319
$b_{2,0}$	-142.091	-250.014
$b_{0,2}$	18.453	10.609
$\max v_{dB}^{(I)} $	-	0.1516 [m]



Obr. 5. Vektory opráv $v^{(I)}$ Čebyševovej aproximácie
Fig. 5. Correction vectors $v^{(I)}$ of Chebyshev approximation

Jednotkové stredné chyby polynomickej
a Čebyševovej aproximácie

Tab. 2

	Jednotkové stredné chyby polynomickej aproximácie	Jednotkové stredné chyby Čebyševovej aproximácie
$m_{0,dB}$	$\pm 4,9$ cm	$\pm 3,0$ cm
$m_{0,dL}$	$\pm 5,1$ cm	$\pm 5,1$ cm

Unit mean errors of polynomial and
Chebyshev approximation

Tab. 2

	Unit mean errors of polynomial approximation	Unit mean errors of Chebyshev approximation
$m_{0,dB}$	± 4.9 cm	± 3.0 cm
$m_{0,dL}$	± 5.1 cm	± 5.1 cm

3. Záver

Z porovnania vektorov polynomickej a Čebyševovej aproximácie vyplýva skutočnosť, že okrem samotného zníženia maximálnej chyby aproximácie (v našom prípade maximálnej opravy v súbore identických bodov) pri použití aproximácie Čebyševovým polynómom dochádza aj k zníženiu veľkosti opráv na prak-

3. Conclusion

The comparison between vectors of the polynomial approximation and Chebyshev approximation results in fact that not only the maximal error of approximation is reduced (in our case, the maximal correction on the set of identical points), but using approximation by Chebyshev polynomial reduction of the value of

tický celý množinu identických bodov a tým aj k zníženiu jednotkovej strednej chyby aproximácie: Čebyševova aproximácia racionalizuje transformačný polynóm.

corrections relates to whole set of identical points and also to reduction of unit mean error of approximation: *Transformation polynomial is rationalised by Chebyshev approximation.*

Literatúra – References:

- [1] RALSTON, A.: *A first course in numerical analysis*, Mc Graw - Hill Book Company, New York 1965.
- [2] RALSTON, A.: *Rational Chebyshev Approximation by Remes' Algorithmus*, Numerical Mathematica 7, 1965.

Daniela Ďurčanská - Ferdinand Heseck *

MATEMATICKÉ MODELOVANIE VPLYVU DIAĽNICE NA ZNEČISTENIE OVZDUŠIA

MATHEMATICAL MODELLING OF THE HIGHWAY INFLUENCE TO AIR POLLUTION

Príspevok sa zaoberá posudzovaním vplyvu diaľnic na znečistenie ovzdušia a oficiálnou metódou, ktorá sa pre tento účel používa. Metodika používaná pre mestské komunikácie bola modifikovaná pre modelovanie znečistenia ovzdušia od dopravy na rýchlostných komunikáciách v nezastavanom území.

The paper deals with the procedure of the highway project evaluation from the standpoint of highway influence to the environment. The official calculation methodology of air pollution is used for that purpose. The methodology was adjusted so that the differences of highways from the common roads were taken into consideration by the calculation of pollutant distribution in the surroundings of the highway, mainly from the high speed of the traffic stream point of view.

1. Úvod

Negatívny vplyv dopravy na znečistenie ovzdušia je všeobecne známy. Doprava v mestách prispieva k znečisteniu ovzdušia viac ako 50 %, v centrálnych častiach miest viac ako 70 % [5]. Riešenie problému rastúcej hustoty dopravy si vyžaduje výstavbu nových ciest, hlavne diaľnic. Je potrebné si zodpovedať na otázku, či diaľnice riešia tiež problém negatívneho vplyvu dopravy na znečistenie ovzdušia. Výstavba diaľnice neznižuje počet áut prechádzajúcich daným miestom. Skôr tento počet zvyšuje, pretože diaľnice priťahujú veľký počet vodičov motorových vozidiel, ktorí by ináč použili inú dopravnú komunikáciu. Diaľnice zvyšujú priemernú rýchlosť dopravného prúdu. Preto spotreba paliva narastá, čo spôsobuje nárast emisie hlavných znečisťujúcich látok, ktoré produkuje doprava: NO_x – suma oxidov dusíka, CO – oxid uhoľnatý, VOC – prchavé organické zlúčeniny.

Pri projektovaní diaľnice je nutné zohľadniť, aby negatívny vplyv diaľnice zasiahol pokiaľ možno najmenší počet ľudí. Nie vždy je možné budovať diaľnicu mimo obývaných častí miest. Je dôležité, aby diaľnice prechádzali takou trasou, aby v oblasti, v ktorej koncentrácie NO_x , CO prevažujú krátkodobé imisné limity, bol počet obyvateľov, ktorí tu stabilne žijú, minimalizovaný. Emisia oxidu uhoľnatého na diaľnici je priebežne 4-krát vyššia, ako je emisia oxidu dusíka, ale imisný limit je 50-krát väčší, t. j. CO je 50-krát menej toxický ako NO_x . Preto je pochopiteľné, že negatívny vplyv diaľnice by mal byť posudzovaný podľa koncentrácie NO_x a šírku ochrannej zóny okolo diaľnice by mala určovať izočiaru $200 \mu\text{g.m}^{-3}$ koncentrácie NO_x . Rozdelenie koncentrácie NO_x , CO a VOC sa počíta na základe oficiálnej metodiky pre výpočet znečistenia ovzdušia z okolitých zdrojov [6].

1. Introduction

The negative effect of traffic to air pollution is generally well known. The traffic in cities contributes to more than 50 percent of air pollution and in the central part of cities more than 70 percent [5]. The solution of the increasing traffic density problem demands construction of new roads, mainly highways. It is also necessary to answer the question if highways solve the problem of negative influence of traffic to air pollution. Building highways does not bring down the number of cars that pass through a given place. It sooner raises this number because highways attract more drivers that would otherwise use another route. Highways increase the average speed of the traffic stream. Therefore, fuel consumption increases and results in increasing emission of the main harmful substances produced by traffic: NO_x – the sum of nitrogen oxides; CO – carbon monoxide and VOC – volatile organic compounds.

By the projecting of highways it is necessary to take into consideration that the negative influence of highways affects the smallest number of people. Construction of highways out of city living parts is not possible. It is important that the highway could run in such a way, that in the zone, where the concentrations of NO_x and CO exceed the short-term imission standards, the number of the permanent living inhabitants was minimalized. The emission of carbon monoxide by highway traffic is approximately four-times higher than the emission of nitrogen oxides but the imission standard is 50 times higher, e.g. CO is 50 times less toxic than NO_x . Therefore, it is comprehensible that the negative influence of the highway should be judged according to the NO_x concentration, and the width of the protective zone round the highway should be determined by the isoline $200 \mu\text{g.m}^{-3}$ NO_x concentration. The distribution of NO_x , CO and VOC concentration is calculated on

* ¹Assist. Prof., PhD, Eng. Daniela Ďurčanská, ²Assoc. Prof., PhD, Dr. Ferdinand Heseck

¹University of Žilina, Faculty of Civil Engineering, Department of Highway Engineering, Slovak Republic

²Geophysical Institute of SAS Bratislava, Slovak Republic

Prezentácia metodiky výpočtu automobilového znečistenia ovzdušia a jej modifikácie pre výpočet distribúcie koncentrácie hlavných zložiek spaľovania paliva okolo diaľnice je jeden z cieľov tohto článku.

2. Metodika výpočtu znečistenia ovzdušia z automobilovej dopravy

V prvom priblížení sa môže ulica uvažovať ako líniový zdroj znečisťujúcich látok. Disperzia znečisťujúcich látok z líniového zdroja je popísaná stacionárnou dvojrozmernou rovnicou turbulentnej difúzie:

$$U \frac{\partial C}{\partial x} = K_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial C}{\partial z}. \quad (1)$$

Ulicu si môžeme predstaviť ako kaňon, ohraničený z oboch strán budovami. Pre takúto ulicu hraničné podmienky budú:

$$\begin{aligned} K_x \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=0}^{\pm} &= vC & \text{pre } 0 \leq z \leq h, \\ K_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0} &= Q & \text{nad cestou,} \\ K_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0}^{z=H} &= 0, \end{aligned} \quad (1a)$$

kde C – je koncentrácia znečisťujúcej látky v mg.m^{-3} ,
 K_x, K_z – sú zložky koeficientu difúzie v príslušných smeroch v $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$,
 U – rýchlosť vetra v m.s^{-1} ,
 h – výška budov m,
 H – výška vrstvy premiešavania v m,
 S – šírka kaňonu ulice v m,
 Q – emisia komunikácie v $\text{mg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$,
 v – parameter, charakterizujúci pohltie znečisťujúcej látky stenami zástavby v m.s^{-1} .

Prvá hraničná podmienka simuluje odraz popr. prechod polutanta medzi budovami. Koeficient v môžeme vyjadriť vzťahom

$$v = (1 - PR) \cdot \frac{K_x}{\Delta_x}, \quad (2)$$

kde Δ_x – je šírka chodníkov na oboch stranách cesty. Ak je zástavba spojitá $PR = 1$, ak je cesta bez zástavby $PR = 0$.

Druhá a tretia hraničná podmienka vyjadrujú produkciu znečisťujúcich látok nad cestou a úplný odraz polutanta na povrchu zeme a na hornej hladine vrstvy premiešavania.

Šírka cesty SIC je daná počtom jazdných pruhov. Pre jeden jazdný pruh sa určuje štandardná šírka 3 m. Predpokladá sa, že chodníky na oboch stranách cesty majú rovnakú šírku.

the basis of official air pollution calculating methodology from traffic [6].

One of the purposes of this paper is to present air pollution calculation methodology from car traffic and its modification for calculation of concentration distribution of the fuel combustion main products around the highways.

2. Methodology of air pollution calculation from car traffic

In the first approximation a street may be taken as a line source of pollutants. The dispersion of pollutants from a line source is described by the stationary, two-dimensional equation of turbulent diffusion:

$$U \frac{\partial C}{\partial x} = K_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial C}{\partial z}. \quad (1)$$

Street may be imagined as a canyon enclosed from either one or both sides by the buildings. For this type of street the limiting conditions will be

$$\begin{aligned} K_x \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=0}^{\pm} &= vC & \text{for } 0 \leq z \leq h, \\ K_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0} &= Q & \text{over the communication,} \\ K_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0}^{z=H} &= 0, \end{aligned} \quad (1a)$$

where C – is the pollutant concentration in mg.m^{-3} ,
 K_x, K_z – components of diffusion coefficient in the corresponding direction in $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$,
 U – the wind speed in m.s^{-1} ,
 h – the height of the built-up area in m,
 H – the altitude of the mixed layer in m,
 S – the width of the street canyon in m,
 Q – the specific emission of the road in $\text{mg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$,
 v – the coefficient of the pollutant passage through the walls of the built-up area in m.s^{-1} .

The first limiting condition simulates the reflection and passage of pollutants through the walls of built-up area. We can express the coefficient v by the relation

$$v = (1 - PR) \cdot \frac{K_x}{\Delta_x} \quad (2)$$

where Δ_x is the width of the footway on the both sides of the road.
 $PR = 1$ for continual built-up area
 $PR = 0$ for the road out from built-up area.

The second and third limiting condition express the pollutant production over the road as well as the perfect reflection of the pollutant on the ground surface and on the upper level of the mixed layer.

The width of the road (SIC) is given by the number of lanes. For one lane the standard width 3 m is taken. The pavements on both sides of the street are assumed to have equal width.

Hraničný problém (1), (1a) bol riešený numericky, metódou konečných diferencií. Je to implicitná metóda a teda bezpodmienečne stabilná. Zakladá sa na tom, že namiesto funkcií spojitých argumentov uvažujeme funkcie diskretných argumentov, zadávaných v uzlových bodoch. Výpočtová oblasť je konštruovaná tak, že celý kaňon je delený v horizontálnom smere na tri stĺpce boxov. Vypočítaná koncentrácia polutanta v uzlovom bode predstavuje priemernú koncentráciu v príslušnom boxe, v centre ktorého sa uzlový bod nachádza.

Priemerná koncentrácia polutanta v danom boxe bude závisieť od rozmeru boxu. Preto šírku diaľnice nie je možno počítať z počtu jazdných pruhov. Z tohto dôvodu sa šírka počítaného úseku diaľnice zadáva interaktívne cez obrazovku.

Vzdialenosť vybranej izočiary koncentrácie polutanta od diaľnice závisí od smeru vetra. Táto vzdialenosť je maximálna, keď smer vetra je kolmý na os diaľnice. Z tohto dôvodu šírka ochranej zóny je vzdialenosť od diaľnice, v ktorej koncentrácia NO_x dosiahne hodnotu $200 \mu g \cdot m^{-3}$ (krátkodobý imisný limit pre NO_x) pri smere kolmom na os diaľnice. Okrem iných výpočtov sa počíta tiež celkové množstvo NO_x , CO a VOC , ktoré emituje automobilová doprava na danom úseku cesty za určitý čas (obvykle deň, popr. rok).

Špecifická emisia cesty Q sa počíta z počtu osobných POS a nákladných áut $PNAK$, ktoré prechádzajú diaľnicou za čas spriemerovania T (0,5 h, 24 h)

$$Q = \frac{POS \cdot EOS + PNAK \cdot ENAK}{3600 \cdot T \cdot SIC} \quad (3)$$

Špecifické emisie áut (emisné faktory) EOS a $ENAK$ závisia od technickej úrovne áut. V súčasnej dobe vo výpočtoch sa používajú špecifické emisie uvedené v tab. 2.

3. Aplikácia modelu v procese posudzovania vplyvov komunikácií na životné prostredie

3.1 Doprava

Sektor dopravy je jeden z hlavných činiteľov problémov energetických a problémov životného prostredia, pretože patrí k najväčším spotrebiteľom fosilných energetických zdrojov a je zodpovedný za podstatné ovplyvňovanie a zafažovanie životného prostredia. Táto myšlienka vyplýva zo správy „Doprava v rýchle sa meniacej Európe“, ktorú spracovala skupina „Doprava 2000 plus“ Európskeho spoločenstva [1].

Ďalší vývoj dopravy je neoddeliteľne spojený s otázkami hodnôt životného štýlu, spôsobu života a hospodárstva. Treba si uvedomiť, že doprava ovplyvňuje životné prostredie kladným aj záporným spôsobom:

- pozitívne tým, že účelným premiestňovaním osôb a tovaru zabezpečuje potreby spoločnosti a výkon niektorých služieb i výrazne prispieva k rastu turizmu,

The limiting problem (1), (1a) was solved numerically by the method of finite differences. This is an implicit method and thus unconditionally stable. It consists of fact that instead of functions of continuous arguments, the functions of discrete arguments are considered, and their values are given in the grid points. The calculation domain is constructed so, that the whole canyon is divided in horizontal direction into the three columns of the boxes. The calculated pollutant concentration in a grid point presents the mean pollutant concentration in this box, in the centre of which the grid point is situated.

The mean pollutant concentration in a given box will depend on the dimension of the box. The width of the highway is not always possible to calculate from the number of the lanes. For that reason the width of the calculated section of highway is given interactively through the screen.

The distance of a chosen isoline of pollutant concentration from the highway depends on the wind direction. This distance is maximal when the wind direction is perpendicular to the axis of the highway. For this reason the distance from the highway is calculated, in which NO_x concentration achieves the value of $200 \mu g \cdot m^{-3}$ (short-term imission standard for NO_x). The whole amount of pollutants NO_x , CO and VOC emitted by the existing road traffic during some time interval, usually during one year, is also calculated.

The relation calculates specific emission of the road Q from the number of the passenger cars and duty vehicles (POS and $PNAK$), which passed the highway in the averaging time of the pollutant concentration T (0.5 h, 24 h)

$$Q = \frac{POS \cdot EOS + PNAK \cdot ENAK}{3600 \cdot T \cdot SIC} \quad (3)$$

Specific emissions EOS and $ENAK$ depend on the technical level of the cars. In present time the specific emission given in the Table 2 are used in calculations.

3. Application of model in appraisal process of communications effects to the environment

3.1 Transport

The transport sector is one of the main energy and environmental problems, because it is part of the biggest consumption of petrified energy sources and is responsible for essential affect to environment. This opinion results from the “Transport in quickly changing variable Europe” report, processing by “Transport 2000 plus” of European community [1].

Future evolution of traffic is inseparably connected with environment values questions, manner of life (modus vivendi) and economy. It is necessary to sense that the traffic is influencing the environment positively and negatively, too:

- Positive effect of traffic is providing for society needs and performance of some services by effective transportation of persons, goods, and traffic also goes towards the rise of tourism.

- negatívne dlhodobým účinkom podielu na spotrebe neobnoviteľných prírodných zdrojov, krátkodobo pôsobením na okolie a človeka.

Najzávažnejšie účinky automobilovej dopravy na životné prostredie s dopadom na zdravie obyvateľstva má hluk a exhaláty. Práve preto zaujímajú podstatné miesto v metodike posudzovania vplyvov činnosti na životné prostredie – EIA (Environmental Impact Assessment).

Znečistenie ovzdušia ako jeden z bezprostredných dopadov automobilovej dopravy na svoje okolie vzniká hlavne prevádzkou motorov pohybujúcich sa vozidiel, ale aj vírením častí prachu usadených na komunikácii a v jej okolí a tiež opotrebovaním jednotlivých častí vozidla, ako sú napríklad brzdové obloženie, pneumatiky a pod.

Imisná štúdia by preto mala byť súčasťou projektovej dokumentácie cestných komunikácií na úrovni variantného rozhodovania o výbere vhodného umiestnenia komunikácie. Aby splnila svoj účel, mala by obsahovať modelovanie produkcie plynných emisií od automobilovej dopravy v takom rozsahu, aby bolo možné porovnávať rôzne varianty trasy.

3.2 Imisná štúdia

V štruktúre emisnej štúdie by nemalo chýbať posúdenie tvorby imisií od dopravy:

- súčasnej na jestvujúcej cestnej sieti v sledovanom území,
- výhľadovej na jestvujúcej cestnej sieti v sledovanom území za predpokladu, že sa novonavrhovaná komunikácia nebude realizovať, tzv. nulový variant,
- výhľadovej na novonavrhovanej komunikácii v sledovanom území,
- zostatkovej na jestvujúcej cestnej sieti v sledovanom území za predpokladu, že sa novonavrhovaná komunikácia vybuduje,
- návrh opatrení na zníženie znečistenia ovzdušia,
- návrh monitoringu ovzdušia.

Takto koncipovaná imisná štúdia môže byť podkladom pre proces posudzovania vplyvov na životné prostredie podľa zákona NR SR č. 127/94 Z. z. [2].

Využitím popísaného výpočtového programu, v ktorom sú zohľadnené všetky rozhodujúce faktory ovplyvňujúce produkciu plynných emisií, je možné modelovať znečistenie ovzdušia v okolí komunikácie.

Vstupné údaje pre modelovanie:

- emisné faktory pre súčasný a budúci vozidlový park,
- objem dopravy a jej zloženie podľa druhov vozidiel,
- pozdĺžny sklon komunikácie,
- rýchlosť jazdy vozidla,
- poveternostné podmienky.

Posudzované sú množstvá nasledujúcich znečisťujúcich látok:

- CO oxid uhoľnatý,
- NO_x oxidy dusíka,
- VOC uhľovodíky.

- Negative effect of traffic has long-term impact of nonrevivable natural source consumption part, by the instrumentally of short – term impact to surroundings and humans.

The most significant effects of car traffic to environment with the impact to the population's health are noise and imissions. Therefore, they take a substantial place in Environmental Impact Assessment methodology – EIA.

Air pollution, one of the immediate impacts of traffic on its surroundings, is mainly a result of moving cars, motors operation, but also by whirling of sedimentary dust elements on the road and in its surroundings, and by individual car part abrasions, for example, brake lining, tires, etc. Therefore, the imission study should be part of road design documentation up to the mark of variant decision by the appropriate location choice. In order to fulfil its aim, it ought to include the modelling of gaseous emissions production from car traffic in such a proportion that it will be possible to compare different variants of the route.

3.2 Imission study

In imission study there should be imission creation arbitration from:

- actual traffic on the existing network of roads in regarding area,
- forecast traffic on the existing network of roads in regarding area, provided that the redesigned road will not be realised, called zero variant,
- forecast traffic on the redesigned road in regarding area,
- residual traffic on the existing network of roads in regarding area, provided that redesigned road will be realised,
- suggestion of arrangements for air pollution reduction,
- suggestion of air monitoring.

Imission study drafted in this way can be the foundation for the environmental impact assessment process according to the Law NR SR č. 127/94 Z. z. [2].

With the exploitation of described computing program, which deliberates all determining factors influencing the gaseous emissions production, it is possible to simulate air pollution of the road surroundings.

Input information for modelling:

- emission factors for actual and future vehicle stock,
- traffic volume and its composition by the type of vehicles,
- longitudinal gradient of road,
- urban and eventually suburban treatment of traffic,
- speed of vehicle drive,
- atmospheric conditions.

Following pollutants are appreciated:

- CO carbon oxide,
- NO_x nitrogen oxides,
- VOC volatile organic compounds.

Výstupy:

- rozptyl vo voľnej atmosfére
 - CO , NO_x , VOC ,
 - celková produkcia za rok,
 - max. koncentrácia v ovzduší od špičkovej dopravy,
- hranica prekročenia limitu $200 \mu\text{g.m}^{-3} NO_x$ - vzdialenosť od osi komunikácie.

Imisné limity v SR [3]:

Tab. 1

Znečisťujúca látka	Imisné limity v $\mu\text{g.m}^{-3}$		
	Priemerná koncentrácia znečisťujúcej látky		
	ročná IH_r	denná IH_d	polhod. IH_k
Oxid uhoľnatý CO	-	5 000	10 000
Oxidy dusíka NO_x	80	100	200
Polietavý prach	60	150	500

3.2.1 Princípy hodnotenia znečistenia ovzdušia

Oxidy dusíka - NO_x - patria ku škodlivinám, ktoré pri súčasnom zložení benzínov predstavujú jednu z najzávažnejších zložiek výfukových plynov, pretože dosahujú najväčšie koncentrácie škodlivých látok, sú dobre zistiteľné monitorovaním resp. výpočtom a zároveň majú najprísnejší imisný limit. Preto sa spravidla používajú za indikátor znečistenia ovzdušia výfukovými plynmi.

V imisných štúdiách sa znečistenie ovzdušia posudzuje podľa celkového množstva vyprodukovaných emisií od automobilovej dopravy v t.rok⁻¹, ďalej sa sleduje max. koncentrácia NO_x v ovzduší v dýchacej zóne (1,5 m nad povrchom vozovky) od 1/2 - hodinovej špičkovej dopravy a vychádza sa z množstva obyvateľov zasiahnutých znečistením ovzdušia nad prípustný hygienický limit.

Emisné faktory

Tab. 2

Režim jazdy	Vozidlá	Emisie mg.m^{-1}		
		CO	NO_x	VOC
V zastavanom území	osobné	17.0	1.5	2.5
	nákladné	13.0	9.0	3.3
V nezastavanom území	osobné	8.0	1.8	1.4
	nákladné	7.0	8.0	1.1
Diaľničný	osobné	8.0	3.3	1.1
	nákladné	7.0	8.0	1.0

Celkové množstvo produkovaných škodlivín je ovplyvnené predovšetkým intenzitou a zložením dopravného prúdu (podiel ťažkých vozidiel), dĺžkou trasy a veľkosťou pozdĺžneho sklonu komunikácie. Teda čím je dlhší úsek komunikácie, tým viac škodlivín sa do ovzdušia vyprodukuje.

Maximálna koncentrácia škodlivín v ovzduší je závislá od intenzity a zloženia dopravného prúdu, pozdĺžneho sklonu komunikácie.

Outputs:

- diffusion in open atmosphere
 - CO , NO_x , VOC concentrations,
 - total year production,
 - max. concentration in atmosphere from highest traffic,
- frontier of the limit excess $200 \mu\text{g.m}^{-3} NO_x$ distance from the road axis.

Imission limits in Slovakia [3]

Tab. 1

Emission	Imission limits [$\mu\text{g.m}^{-3}$]		
	average concentration of pollution		
	annual IH_r	daily IH_d	short-term IH_k
Carbon Oxide CO	-	5 000	10 000
Nitrogen Oxides NO_x	80	100	200
Particulate	60	150	500

3.2.1 Principles of the air pollution evaluating

Nitrogen oxides - NO_x - belong to deleterious substances, which is representative one of the most momentous element of exhaust gas by contemporary petrol structure. Because they reach the highest harmful pollutant concentrations, they are identifiable by monitoring or calculation and have the strictest limits. Hence, they use a similar indicator of air pollution by exhaust gas.

In imission studies air pollution is appreciated according to the total production emissions quantity from the car traffic in t.year⁻¹, moreover the max. NO_x concentration in air in breathing zone (1,5 m over the pavement surface) is pursuing from 1/2 hour peak value of the traffic and the input is the quantum of inhabitants stricken by air pollution over the allowable imission standard.

Specific emission of the cars in Slovakia

Tab. 2

Regime of the Drive	Vehicle	Pollutant [mg.m^{-1}]		
		CO	NO_x	VOC
Urban	Passenger	17.0	1.5	2.5
	Lorries	13.0	9.0	3.3
Country	Passenger	8.0	1.8	1.4
	Lorries	7.0	8.0	1.1
Highway	Passenger	8.0	3.3	1.1
	Lorries	7.0	8.0	1.0

Total amount production of deleterious substances is influenced mainly by intensity and structure of the traffic flow (rate of heavy vehicles), length of the route and the longitudinal gradient and intensity of the road. Thus, by longer distance of the road, more deleterious substances are produced in the air.

Maximal deleterious substances concentration in the air depends on the traffic flow intensity and structure, oblong gradient

cie, od polohy sledovaného úseku trasy k smeru prevládajúcich vetrov a rýchlosti prúdenia vetra. Najväčší vplyv má pozdĺžny sklon komunikácie a podiel nákladných vozidiel v dopravnom prúde. Čím menej nákladnej dopravy a čím miernejšie pozdĺžne sklony komunikácie, tým vznikajú menšie koncentrácie NO_x .

3.2.2 Modelovanie znečistenia ovzdušia plánovanou výstavbou diaľnice D1

- Obr. 2 prezentuje nárast dopravy v rokoch 2005 – 2035, pričom vybudovaním diaľnice by došlo na súčasných cestných ťahoch I/61, II/507 a II/517 k značnému poklesu zostatkovej dopravy.
- V tab. 3 je prezentovaná celková súčtová hodnota produkcie emisií do ovzdušia od sumárnej dopravy na všetkých cestách pre nultý variant a porovnanie pre súbeh diaľnice D1 a zostatkovej dopravy na jestvujúcich cestách.

Rozdiel je badateľný od roku 2015, kde sa ako najpriaznivejší javí variant V1a a V7.

Z tab. 4 a 5 je patrné, že sa predpokladá nárast dopravy na dvojnásobok, pričom vybudovaním diaľnice stúpne celková produkcia emisií v roku 2035 len o približne 5 %. To je spôsobené tým, že modelové riešenie vychádza z uplatnenia slovenskej vyhlášky

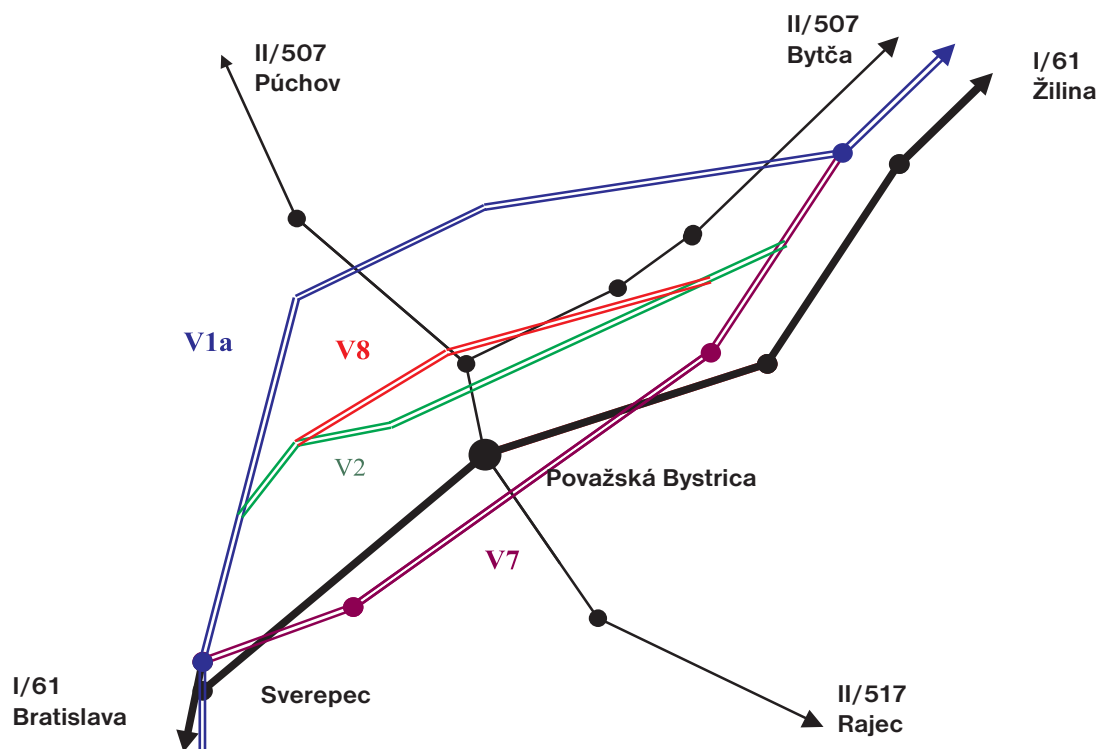
size, location of pursuing route distance concerning the dominant wind direction and the speed of wind circulation. The longitudinal gradient size and the part of commercial vehicles in the traffic flow have the biggest influence. Less the commercial traffic and smaller longitudinal gradient size, thereby, minor concentrations of NO_x originate.

3.2.2 Modelling of air pollution from planned highway construction

- Figure 2 presents a rise of traffic between years 2005 and 2035, when by the constructing of highways it can come to considerable decline of the rest of traffic at the same time.
- Table 3 presents the total summary value of emissions production in air from the summary of traffic on all streets for zero variant and the comparison for contact of highway D1 and residual traffic on actual roads.

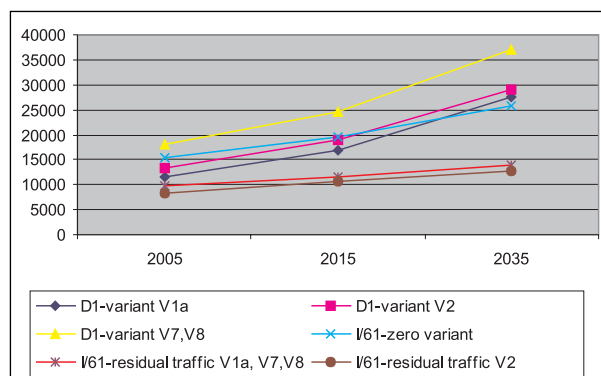
The difference is noticeable since year 2015, where the variants V1a and V7 appear most favourable.

From tables 4 and 5 it is evident that the growing up of traffic to double is predicted, but by constructing highways, total production of emissions in year 2035 will rise only about 5 percent. That is induced by the fact that the model solution takes the cutting edge out from the enforcement of Slovak edict 248/91, which is the



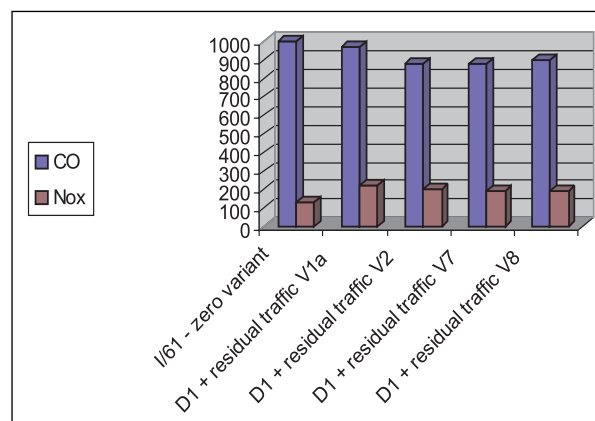
Obr. 1. Schéma súčasnej a navrhovanej cestnej siete v Považskej Bystrici

Fig. 1. The scheme of suggested alternative of highway design D1 in the surround of Považska Bystrica



Obr. 2. Predpokladaná intenzita dopravy na plánovanej diaľnici D1 a súčasnej ceste I/61

Fig. 2. Forecast traffic volume on the planned highway and on the contemporary Ist-class road



Obr. 3. Celková produkcia emisií v roku 2035, t/rok

Fig. 3. Total emission production in year 2035, t/year

Sumárna tabuľka celkovej produkcie škodlivín do ovzdušia nad mestom, t/rok
Total deleterious substances production in the air above the city, t/year

Tab. 3

	1995	2005		2015		2035	
zero variant I/61+II/507+II/517	2002.7	2149.2	100.0%	974.4	100.0%	1733.2	100.0%
residual traffic V1a		2137.0	99.4%	1302.7	133.7%	1363.7	78.7%
residual traffic V2		2323.2	108.1%	1353.0	138.9%	1816.8	104.8%
residual traffic V7		2115.4	98.4%	1292.8	132.7%	1716.3	99.0%
residual traffic V8		2132.1	99.2%	1304.5	133.9%	1737.8	100.3%

Sumárna tabuľka celkovej dopravy (I/61, II/507, II/517), voz/24h
Total traffic in I/61, II/507, II/517 roads, vehicles/day

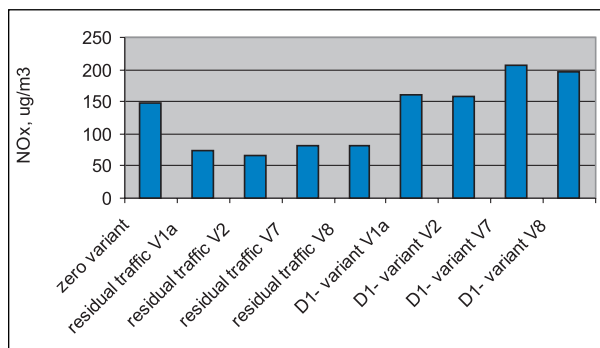
Tab. 4

	1995	2005		2015		2035	
zero variant	11201	15548	100.0%	19604	100.0%	25688	100.0%
D1+ residual traffic V1a		21082	135.6%	28328	144.5%	41372	161.1%
D1+ residual traffic V2		21736	139.8%	29714	151.6%	41730	162.4%
D1+ residual traffic V7		27602	177.5%	36152	184.4%	50486	196.5%
D1+ residual traffic V8		27602	177.5%	36152	184.4%	50486	196.5%

Porovnávacia tabuľka - nárast dopravy a nárast produkcie emisií
Comparative table - traffic rise and emissions production

Tab. 5

	2005		2015		2035	
	traffic	emissions	traffic	emissions	traffic	emissions
	%	%	%	%	%	%
zero variant	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
D1+ residual traffic V1a	135.6	99.4	144.5	133.7	161.0	78.7
D1+ residual traffic V2	139.8	108.1	151.6	138.9	162.4	104.8
D1+ residual traffic V7	177.5	98.4	184.4	132.7	196.5	99.0
D1+ residual traffic V8	177.5	99.2	184.4	133.9	196.5	100.3



Obr. 4. Max. krátkodobá koncentrácia NO_x na ceste I/61 a D1 v roku 2035, μg/m⁻³

Fig. 4. Maximal momentary NO_x concentrations on the road I/61 and D1 in year 2035, μg/m⁻³

č. 248/91 naväzujúcej na predpisy EHK, z čoho vyplýva predpoklad obmeny vozidlového parku a zníženie hodnôt exhalácií u automobilov po roku 2010 cca na 40 % u NO_x, na 50 % u CO, VOC a na 75 % u pevných častíc v porovnaní s rokom 1995.

- Obr. 4 prezentuje predpokladané hladiny krátkodobej koncentrácie NO_x od špičkovej polhodinovej dopravy, uvažovanej hodnotou 6 % z celodennej intenzity dopravy.

Samotná zmena režimu jazdy z mestského prerušovaného na diaľničný plynulý, spôsobuje pokles koncentrácie NO_x. Najnižšie hodnoty sa predpokladajú pre variant V1a, najvyššie pre V2.

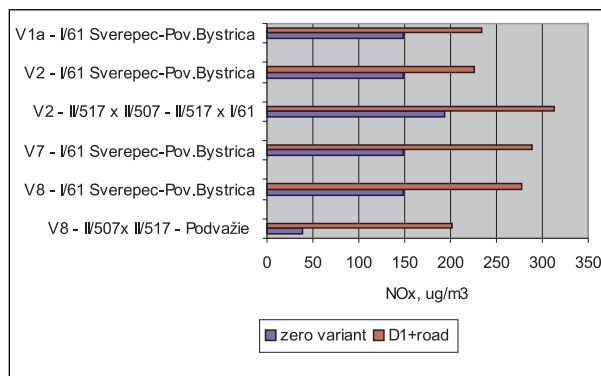
- Maximálne krátkodobé koncentrácie sa akumulujú v miestach, kde sa trasa diaľnice približuje k trase jestvujúcej komunikácie na vzdialenosť do 220 m, nakoľko taký je zásah územia s prekročeným hygienickým limitom stanoveným pre krátkodobú koncentráciu NO_x v ovzduší – 200 μg/m³. Údaje sú uvedené na obr. 4 a 5.

Pri porovnávaní stavu pre rok 2035 najnižšie hodnoty akumulovanej koncentrácie sa predpokladajú pre variant V1a, ktoré by boli na ceste I/61 nižšie ako pri nultom variante.

Z takto zdokumentovaných výsledkov podľa modelu produkcie emisií od dopravy sa vo viacerých položkách pri hodnotení celkovej produkcie emisií do ovzdušia ako aj pri hodnotení akumulovaných hodnôt (súčet D1 a zostatkovej dopravy na jestvujúcich cestách) krátkodobej koncentrácie NO_x prejavuje variant V1a ako priaznivejší.

4 Záver

Účinky emisií vznikajúcich od dopravy sú v konkrétnych územiach veľmi závažné a podiel dopravných prostriedkov ako ich pôvodcov je na územie nerovnomerne rozptýlený. Riešenie tohto problému môže mať efekt len vtedy, ak bude mať celosvetový charakter. Medzinárodné dohody, rozsiahla a cieľavedomá spolupráca



Obr. 5. Súčet max. koncentrácií NO_x od dopravy na diaľnici D1 a zostatkovej dopravy porovnaný s nulovým variantom, rok 2035

Fig. 5. Sum of maximal NO_x concentration from the traffic on highway D1 and residual traffic comparison with zero variant, year 2035

continuation of EHK statutes and from this fact results the assumption of vehicle stock modification and the reduction of exhausters value at automobiles past year 2010 approximately to 40 percent by NO_x, to 50 percent by CO, VOC and to 75 percent by solid elements in comparison with year 1995.

- Figure 4 presents expected layers of short-term NO_x concentration of peak half-hour traffic by value 6 percent regarding total traffic intensity.

Change of drive by itself from discontinuous city mode to smooth highway mode induces the decline of NO_x concentration. Variant V1a predicts minimal values, and variant V2 maximal values.

- Maximal short-term concentrations are accumulated in places where the route of highway converge to the route of existing communication at 220 m distance, because the area of interference with the hygienic limit is overrun, specified for short-term NO_x concentration in the air – 200 μg/m³. The indications are present in figures 4 and 5.

By the comparison of status considering year 2035, the lowest accumulated concentration values are predicted for variant V1a, which could have been lower on the road I/61 than by zero variant.

From the results documented in this way according to emission production model from traffic in several items by regarding total emission production as well as by regarding accumulated values (sum D1 and residual traffic on actual roads) of short-term NO_x concentration, variant V1 appears more favourable.

4 Conclusions

Impacts of traffic emissions in given areas are very momentous and the ratio of vehicles and their generators is unevenly dispersed. The solution of this problem can be effective only when its character will be worldwide. International conventions, extensive and systematic co-operation and realisation of agreements give the

a realizácia dohôd dáva predpoklady k úspechu. Riešenie konkrétnych úloh sa potom dotýka nielen výrobcov automobilov, výstavby ciest ale aj dopravnej prevádzky. Opatrenia majú potom charakter:

- rozvoja dopravnej techniky,
- prevádzkovo-technologický,
- územno-technický.

Už teraz sú jasné predstavy riešenia zaťaženia životného prostredia osobnými automobilmi. Postupné celosvetové zavedenie automobilov so zdvihovým objemom motora 3000 cm^3 (počíta sa s obnovou vozidlového parku v rokoch 2000 až 2005) sa prejaví nielen v relatívnej úspore pohonných látok, ale aj v relatívnom poklese produkcie emisií.

Základným činiteľom, ktorý má vplyv na množstvo a zloženie produkovaných emisií je zloženie paliva, typ a podmienky práce motora a taktiež spôsob jazdy.

Z údajov uvedených v práci vyplýva, že umiestnenie trasy v teréne a hlavne citlivé výškové vedenie trasy priamo vplyva na množstvo produkovaných emisií. So zvyšujúcou sa rýchlosťou jazdy rastie produkcia a koncentrácia emisií, ale pri porovnaní produkcie emisií pri prerušovanej jazde vozidiel v meste a pri plynulej jazde mimo mesta je veľký rozdiel. Celkovú produkciu emisií teda ovplyvňuje aj hustota úrovňových križovatiek a rozptyl škodlivých látok ovplyvňuje výška a hustota zástavby.

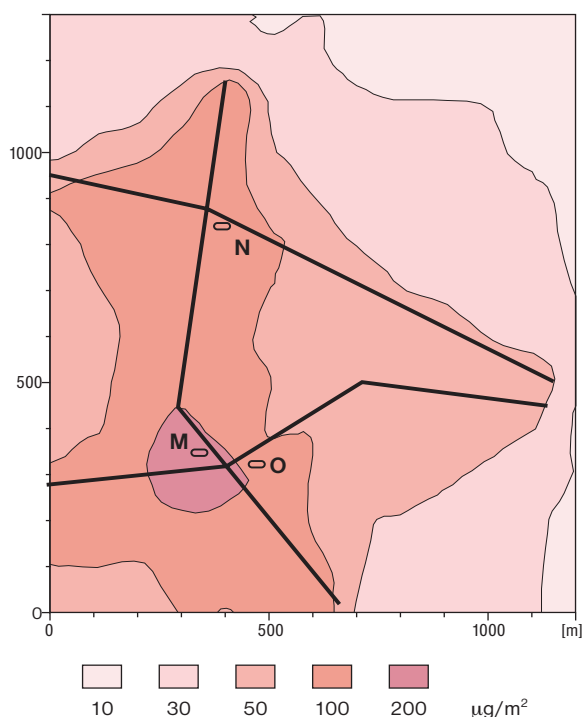
assumption to success. The solution of concrete problem is then relating not only to producers of vehicles and construction of roads but of traffic operation, too. The measures are then of the following character:

- Development of traffic technique,
- Operational and technological,
- Territorial and technical.

The conceptions of solution an environmental loading with vehicles are evident already. Consecutive worldwide applications of the so-called three-litre automobile (make allowance for assumption of vehicle stock - between years 2000 and 2005) will be registered not only in relative saving of fuel, but also in relative decline of emission production.

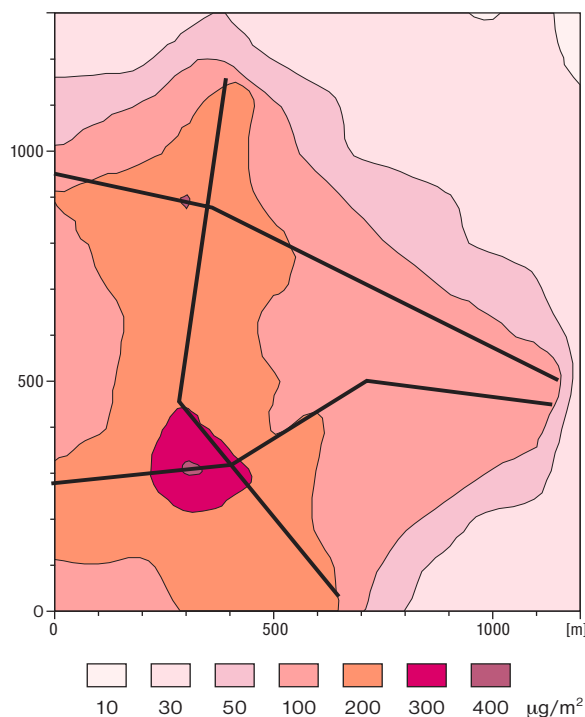
The basic factor influencing the amount and structure of produced emissions is composition of fuel, type and conditions of motor work and style of drive.

From the information presented in the study result that location of the route and an especially sensitive vertical line directly influence the produced emission capacity. By increasing drive-speed the emission production and concentration rises, but when comparing the production of emmissions by discontinuous driving in the city and by continuous driving out of the city comes to important difference. Therefore, total emission production is influenced by density level intersections, and the dispersion of pollution is affected by height and density of built-up area.



Obr. 6. Priemerná denná koncentrácia NO_x - hodnoty v centre Považskej Bystrice, rok 1995

Fig. 6. The average daily concentration NO_x - values in centre of Považska Bystrica, year 1995



Obr. 7. Priemerná denná koncentrácia NO_x - predpokladané hodnoty v centre Považskej Bystrice, rok 2035

Fig. 7. The average daily concentration NO_x - forecast values in centre of Považska Bystrica, year 1995

Literatúra – References:

- [1] HLAVŇA, V., KUKUČA, P., STUHLÝ, V., ZVOLENSKÝ, P.: *Dopravný prostriedok a životné prostredie (Vehicle and environment)*, Edičné stredisko VŠDS v Žiline, 1996 (University of Žilina)
- [2] Zákon č. 127/1994 Z. z. o posudzovaní vplyvov na životné prostredie
- [3] Nariadenie vlády SR z 19. 3. 1996, ktorým sa vykonáva zákon č. 309/91 Zb. o ochrane ovzdušia pred znečisťujúcimi látkami
- [4] ĎURČANSKÁ, D.: *Diaľnica D1 Serepec-Plevník-Drienov, Model znečistenia ovzdušia od automobilovej dopravy*, (Model of air pollution from automobile traffic) ZU Žilina, 1999 (University of Žilina)
- [5] HESEK, F.: *Cumulated pollution of the atmosphere in Bratislava*. Contributions of the Geophysical Institute of the Slovak Academy of Sciences, Series of Meteorology, 9, 1989, p. 119-127.
- [6] Metodika výpočtu automobilového znečistenia ovzdušia (The method of road traffic air pollution calculation), MZP SR, Bratislava 1993, pp. 18

Stanislav Hodas *

ŽELEZNIČNÉ VÝHYBKY – OD MERANIA PO INFORMAČNÝ SYSTÉM

RAILROAD TURNOUTS – FROM SURVEYING TO INFORMATION SYSTEM

Železničné výhybky a križovatky sú neoddeliteľnými prvkami železničnej infraštruktúry na zabezpečenie plynulej vlakovej cesty, ktoré bývajú spravidla zlučovvané v určitých skupinách koľajiska. Informácie o ich umiestnení v koľajisku je potrebné registrovať. V našom prípade poukážeme na vytvorenie informačného systému, ktorý by slúžil na vykonávanie stavebných prác pri údržbe uvedených konštrukcií v prevádzkovom stave. Informačný systém je vytvorený pre nezávislú železničnú spoločnosť, ktorá vlastní koľajisko vo svojom obvode.

1. Úvod

Plynulosť a bezpečnosť železničnej dopravy je úzko spätá s pevne zabudovanými stavebnými prvkami v koľajisku. Ich počiatočný návrh má za úlohu riešiť projektová dokumentácia. Poznáme rôzne typy častí koľajiska, ktoré si vyžadujú špecifické prístupy pri budovaní ich infraštruktúry. Napríklad môže ísť o koľajové zhlavie v železničných staniách a podnikoch, zriaďovacích staniách, rozpúšťacie zhlavie a pod., kde sa nachádza množstvo železničných výhybiek, križovatiek, oblúkov a iných objektov. Ďalším faktorom je prejazdová rýchlosť v danej konštrukcii. Čím je rýchlosť prejazdu cez výhybky a križovatky vyššia, tým je požadovaná vyššia kvalita zabudovaných objektov, ktorú zabezpečíme aj jeho projektovým návrhom a následnou cyklickou údržbou.

Prejazdom vlakových súprav dochádza k deformáciám týchto uvedených objektov (rozjazd, brzdenie, bočné rázy, vodorovné a zvislé pôsobiace sily, zataženie trate a ďalšie faktory). Objekty sa dostávajú do nového aktuálneho stavu, ktorý môže neraz ohroziť bezpečnosť prejazdu vlakových súprav. Základnou úlohou je uvedenie polohy a výšky výhybiek, križovatiek a koľají do projektovaného stavu, objekty by mali spĺňať parametre určené priamo pri ich výrobe. V niektorých prípadoch môže ísť o rekonštrukciu celého koľajiska, častí koľajiska alebo o optimalizovaný stav za účelom minimalizácie posunov a zdvihov pri cyklickej údržbe objektov.

Na tento účel bol navrhnutý informačný systém, ktorý je vypracovaný na stavebné účely a v ktorom sú uložené pôvodné informácie o výhybkách a križovatkách. Základné informácie sú

Railroad turnouts and crossings are inseparable elements of railway infrastructure for providing the fluent train traffic which are as a rule, joined into certain trackage groups. The information registration of their position in the railway lay-out is necessary. In our case we will point out the design of the information system which could be employed in the railway engineering works during the maintenance of the above mentioned objects in operation. This information system was created for the independent railway society which owns the railway yard in its railway system.

1. Introduction

Continuity and safety of the railway transport is closely connected with the fixed built-in construction components of the railroad trackage. The project documentation is to solve their initial design. Various types of the railway yard parts are known requiring specific access during their infrastructure construction. For example, they can be presented by the gridiron at railway stations and companies, the shunting yards, the marshalling yards, etc. where a large number railroad turnouts, crossings, curves, etc are located. The next determinant is train speed along these objects. The higher the speed along turnouts and crossings is, the higher quality of built-in objects is required. This can be ensured by the design and the post cyclic maintenance.

The movement of train carriages causes spatial deformations of these objects (acceleration, braking, lateral strokes, influence of horizontal and vertical forces, density of traffic and other facilities). The objects are changed to a new state which can menace the safety of the running train carriages. The main task is the position and elevation corrections of turnouts, crossings and tracks to the design state. The object should have parameters which are directly determined by their manufacture. In some cases we can speak about the maintenance of the whole railway yard, the parts of the railway yard or the optimisation state for the purpose of the position and elevation minimisation during the cyclic object maintenance.

For this purpose the information system was designed which was finished for construction purposes and in which the original information of the railroad turnouts and crossings is registered.

* Ing. Stanislav Hodas, PhD.

Faculty of Civil Engineering, Dept. of Geodetic Survey, University of Žilina, Komenského 52, SK-01001 Žilina, Slovak Republic
Tel.: +421-89-763 48 18, Fax.: +421-89-723 35 02, E-mail: hodas@fstav.utc.sk,

prevzaté z projektovej dokumentácie alebo optimalizovaného stavu z merania priamo v koľajisku, alebo údaje z rekonštrukcie daného úseku.

Hlavným prvkom daného systému bude zaregistrovanie informácií infraštruktúry výhybiek a križovatiek, oblúkov a priamych úsekov. Informačný systém ZH-CAD/IS je vytvorený na báze AUTOCAD-u pre ucelenú evidenčnú jednotku, napríklad staničný obvod, samostatné koľajiská v rôznych podnikoch. Výhodou spoločnosti, ktorá vlastní koľajisko priamo vo svojom obvode je, že bude mať potrebné informácie o svojom koľajisku (vrátane výhybiek a križovatiek). Na základe uvedených informácií môže byť koľajisko udržiavané v projektovanom stave.

2. Geodetické práce v koľajisku

Prvoradou úlohou je získanie potrebných informácií o jednotlivých objektoch koľajového zhlavia. Počiatočné dopĺňanie databázy sa uskutočňuje na základe projektovej dokumentácie alebo geodetického merania. Zaregistrované informácie by mali reprezentovať trvalý stav, ktorý by bol záväzný pre následné cyklické úpravy objektov v koľajisku.

Geodetické merania sú vykonávané za účelom získania informácií pre následnú optimalizáciu koľají a naplnenie informačného systému údajmi, ak nie je k dispozícii dokumentácia objektov. V počiatočnej fáze je vhodné spojiť obidva tieto účely. Merané body sú hlavné body železničných objektov ako sú začiatky, stredy, konce výhybiek, križovatiek a pod.

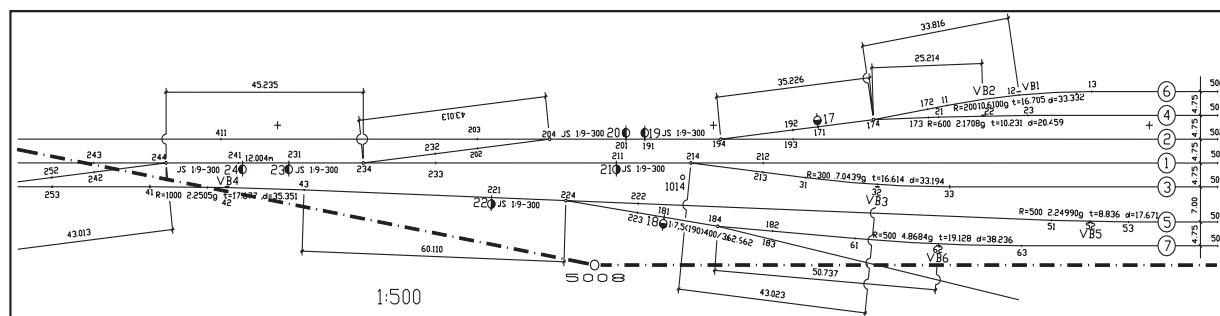
The basic information is assumed from the design documentation or the optimisation state of the direct measurement in the railway yard or date of the reconstructed railway division.

The main element of this system will be the infrastructure information registration of the turnouts and crossings, curves and direct tracks. The information system ZH-CAD/IS was created on the base of the AUTOCAD product for the particular registered unit, for example the station track yard, the separate railway network of the miscellaneous companies. The advantage of this railway company which owns the railway system in its area, is the estate of the necessary information of their railway network (including turnouts and crossings). On the base of this information the trackage can be maintained according to the design state.

2. Geodetic survey in the railway yard

The first step is to acquire necessary information about particular objects of the railway gridiron. The initial updating of the database is performed on the basis of the design documentation or geodetic surveying. The required information should be represented by a fixed state which would be obligatory for the consecutive cyclic maintenance of the railway yard.

Geodetic measurements are executed for the purpose of acquiring information for the consecutive track optimisation and updating of the information system by data, if there is no object documentation at our disposal. The observed points are the main points of the railway objects as beginnings, midpoints, ends of turnouts, crossings and alike.



Obr. 1. Výkres skupiny výhybiek v informačnom systéme
Fig. 1. The turnout lay-out of the information system

Presnosť meračských prác ovplyvníme výberom vhodného prístrojového vybavenia, metódou merania a počtom opakovaní v skupinách merania. Vzhľadom na skutočnosť, že ide o meranie posunov rádovo v „mm“, je potrebné vybrať zodpovedajúce vybavenie. Na základe získaných skúseností, môžeme odporučiť elektronické univerzálne meracie stanice so strednou chybou merania uhlov 0,15^{mg}, dĺžok 1 až 2 mm a pre meranie výšok 0,7 mm/km.

Vlastnému podrobnému meraniu musí predchádzať vybudovanie kvalitnej meračskej siete, aby nedošlo k vnášaniu chýb zo siete do merania hlavných bodov objektov.

We can influence the measurement precision by the choice of the suitable surveying instruments, surveying methods and number of repetitions in the surveying rounds. With regard to the reality of the position measuring of “mm” it is necessary to choose proper equipment. Owing to the acquired experience, we can recommend the electronic universal surveying instruments with the mean error of angles of 0.15^{mg}, distances of 1 to 2 mm and elevations of 0.7 mm/km.

The building of a high-quality surveying network has to precede the proper detailed measurement to prevent the infiltra-

Výsledkom meračských prác je spracovaný výkres aktuálnej situácie, ktorý je prepracovaný do optimalizovaného stavu osí koľají (obr. 1). Uvedený druh výkresu v našom prípade slúži ako základný podklad pre informačný systém koľajového zhlavia.

3. Spracovanie údajov

Informačný systém je vypracovaný ako nadstavba ZH-CAD/IS v grafickom prostredí AUTOCAD [1], ktorý dokáže priradiť informácie k vykresleným objektom umiestnením v celkovej situácii (obr. 1) vo výkrese v tvare *.DWG. Prvým krokom pri príprave technológie bolo vytvorenie „*.SLD“ snímok pre jednotlivé skupiny objektov (typy výhybiek, križovatiek, múrov a ďalších objektov), ktoré sa zobrazujú spolu s údajmi objektov.

Ďalším krokom pri tvorbe uvedeného informačného systému je vypracovanie prázdnych „*.DCL“ knižníc s jednotlivými políčkami na ich vyplnenie. Tabuľky DCL knižníc sú vytvorené pomocou VisualLISP-u v AUTOCAD-e (obr. 2). Základným podkladom tohto informačného systému je vypracovaný DWG výkres, ktorý vzniká na základe projektovej dokumentácie alebo z merania v koľajisku. Po výbere danej konštrukcie z výkresu sa vyhľadávajú infor-

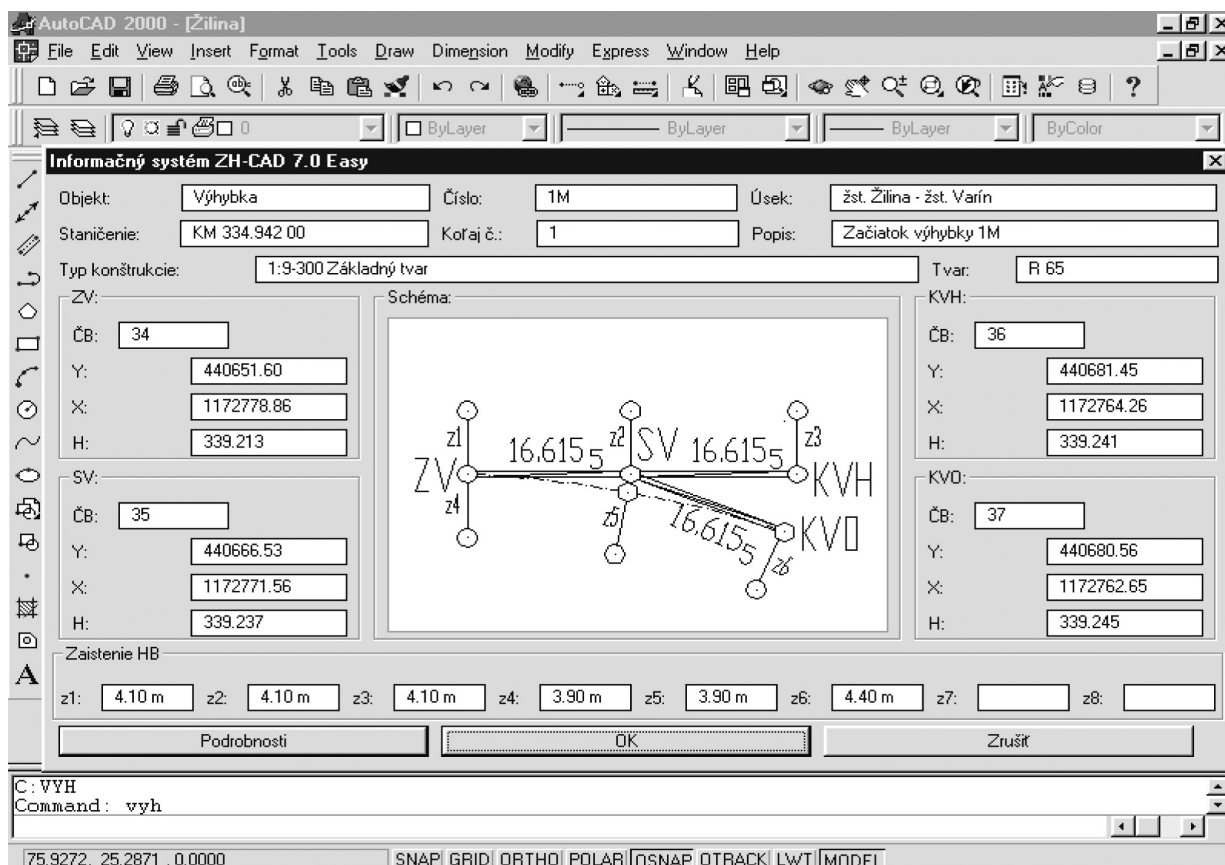
mation of errors from the network to the measurement of the main object points.

The result of surveying works presents the lay-out of the actual state which is transformed to the optimal state of the track axes (fig. 1). In our case the presented type of the layout serves as a main base for the information system turnouts.

3. Data processing

Information system is elaborated as the ZH-CAD/IS application of the AUTOCAD environment [1] which knows how to assign the information to the drawn objects by the positioning in the total layout (fig. 1) of the *.DWG drawing. The first step during the technology preparation was to create the *.SLD slides of the individual object groups (types of railroad turnouts and crossings, walls and other objects) which are displayed together with the object data.

The next step during the information system creation is to elaborate the empty *.DCL libraries including the gaps for their filling. The DCL panels of the libraries are created by VisualLISP of the AUTOCAD (fig. 2). The main base of this information system is the elaborated DWG layout which originated from the base of the design documentation or surveying in the trackage.



Obr. 2. Základné informácie o výhybke - DCL knižnica
Fig. 2. Basic information of the turnout - from the DCL library

mácie o objekte, napríklad súradnice a výšky hlavných bodov konštrukcii, ktoré porovnáme s hodnotami získanými geodetickými meraniami. Pri zjednodušenej kontrole objektov v kolajisku môžeme používať vzdialenosti od zaisťovacích značiek kolají (ZZK) za účelom správneho vysmerovania osí kolají a osí pred objektom (prechádzajúca výhybka alebo križovatka).

4. Využitie v praxi

Praktické využitie vidíme vo využívaní uvedeného informačného systému pre vybratú železničnú spoločnosť alebo podnik, ktorý vlastní koľajisko na zabezpečenie svojich dopravných výkonov.

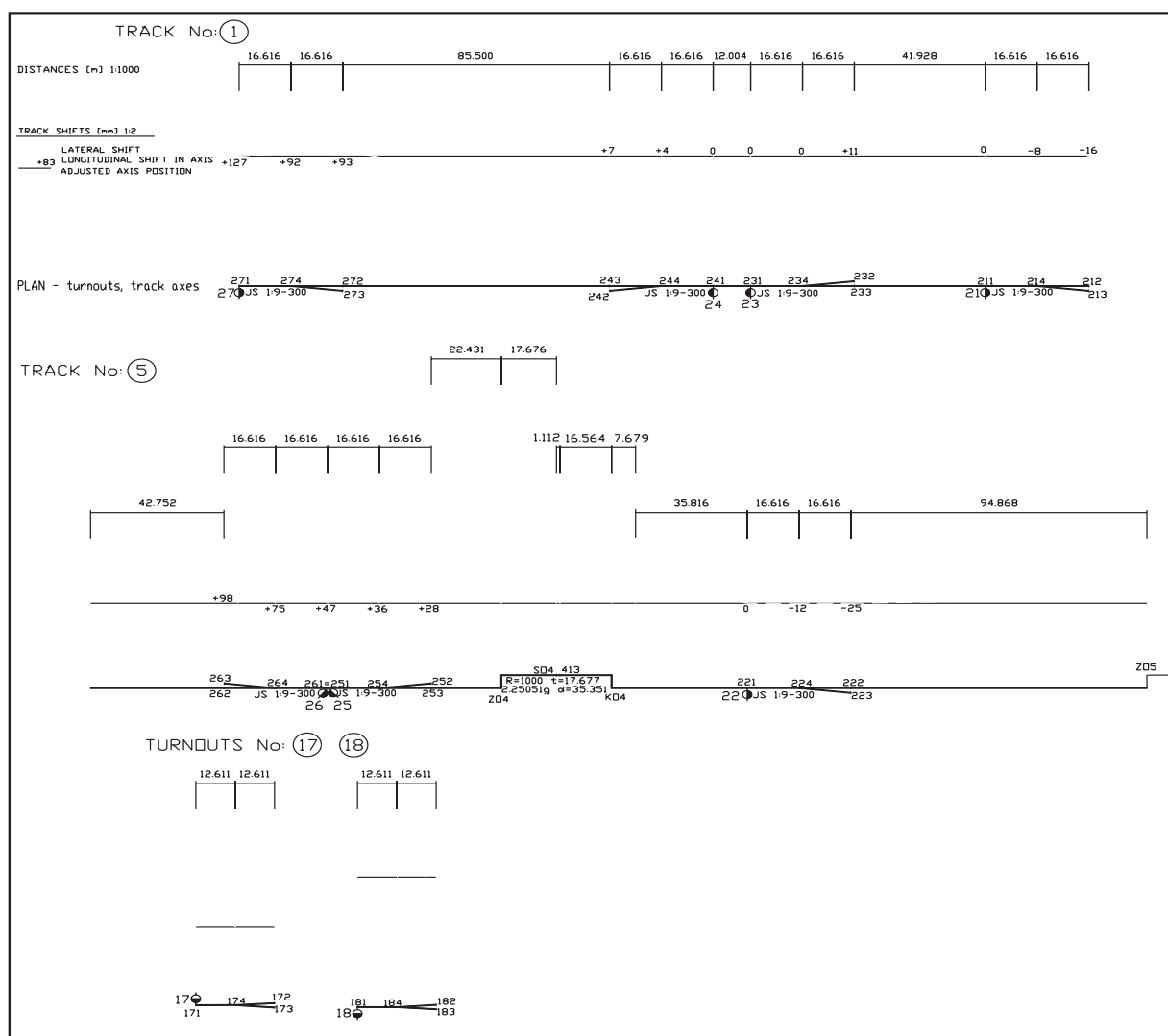
Ako príklad uvádzame úpravu objektu v koľajisku zhlavlia do projektovanej polohy (obr. 3), ktorý znázorňuje priečne a pozdĺžne

After the choice of the certain structure, information about objects is searched from the layout, for example coordinates and elevations of the main object points which is compared with the values obtained by geodetic surveys. During the simplified control of the railroad objects, we can use the distances from the object axes to the track reference points (ZZK) for the purpose of the correct positioning of the track axes and the axes in front of the object (previous turnout or crossing).

4. Utilisation in practice

We can see a really practical utilisation of this information system for the chosen company or enterprise which owns the railroad network for the support of their traffic capacity.

As an example we present the object adjustment of the railroad turnout according to the designed position (fig. 3) which



Obr. 3. Úprava výhybiek do projektovaného stavu - priečne a pozdĺžne vyrovnanie
Fig. 3. The modification of turnouts to the designed state - lateral and longitudinal adjustment

posuny hlavných bodov výhybkovej časti zhlavia pri vyrovnaní výhybiek do základného tvaru a rešpektovaní osových vzdialeností koľají (celková situácia je na obr. 1). Dôvodom deformačných zmien boli opakované podbijacie práce a prejazd vlakových súprav, v uvedenom prípade ide o podrúbané územie a deformačné zmeny sú do 150 mm. Nesmieme zabúdať na okolité pridružené objekty, ktoré sú začlenené v koľajisku, pričom konštrukcie výhybiek a križovatiek môžu byť ovplyvnené aj deformáciou oblúkov pred a za objektom. Obnovovať je potrebné celú skupinu objektov naraz.

Vyrovnanie deformácií koľají je potrebné vykonať nielen smerovo a výškovo v priamych úsekoch a oblúkoch, ale aj doplnením alebo skrátením dĺžok uvedených úsekov pred a za objektmi. Výšková úprava je spracovaná v samostatnom výkrese.

Koľajové zhlavie bolo vyrovnané ako celok, pričom za rozhodujúce posuny sa považovali priečne posuny osí koľají. Pozdĺžne posuny v smere osí majú vplyv na dodržanie stredových uhlov jednotlivých výhybiek.

Uvedieme si niektoré dôvody, pre ktoré je potrebná obnova polohy a výšky objektov a ich úprava geometrických parametrov:

- nežiaduci prejazd súprav cez objekt, opotrebovanie častí konštrukcií,
- vzdialenosti osí koľají od pevných prekážok (stožiare, mosty, oporné a zárubné múry a pod.),
- úprava parametrov konštrukcií do pôvodného stavu (projektovaný stav, výrobné parametre, uhol odbočenia, dĺžky a pod.).

Geodet vykoná merania skutočnej polohy hlavných bodov objektov (výhybiek, križovatiek, oblúkov a pod.). Ak je potrebné odstránenie vodorovných a zvislých deformácií, tak v súčinnosti s projektantom navrhne opravu polohy a výšky objektu. Pri meraní odporúčame vytvoriť zaistenie polohy a výšky hlavných bodov na zaistovacie kolíky alebo značky koľají (obr. 2).

shows the lateral and longitudinal shifts of the main points of the turnouts parts during the adjustment of the objects into the basic shape and the observance of the railway track axes distances (detailed plan is shown in fig. 1). The cyclic tamping works and train running were the cause of the deformation changes, in our case we can speak of undermined area and the deformations are to 150 mm. We cannot forget the surrounding adjoined objects which are included in the trackage, because the structure of turnouts and crossings can be influenced by the curve deformations in front of or behind the objects. It is necessary to renovate the whole object group at once.

It is necessary to execute the track deformation adjustment not only horizontally and vertically in direct sections and curves, but also by adding or shortening the distances of the presented sections in front of and behind the objects. The elevation adjustment is processed in an independent plan.

The turnouts were adjusted as a whole unit in which we considered the lateral shifts of the turnout axes as determined shifts. The longitudinal shifts along the track axes have their influence on the adherence of the central angles of particular turnouts.

We will present some reasons due to which the renewal of the object position and elevation and the adjustment of their geometric parameters is necessary:

- the undesirable running of the trains along the objects, the abrasion of the structure parts,
- the distances of the track axes according to the fixed barriers (masts, bridges, abutment and retaining walls, etc.),
- the modification of the object parameters to the original state (design state, production parameters, branching angle, distances, etc.).

A surveyor carries out measurements of the present position of main points (railroad turnouts, crossings, curves, etc.). If it is necessary to eliminate horizontal and vertical deformations so he designs the adjustment of the objects position and elevation in cooperation with a designer. During the surveying we recommend the referencing of the position and elevation of the main object points to the reference poles or witness track marks (fig. 2).

Literatúra - References

- [1] AutoCAD, VisualLISP, Software, Autodesk, Inc., 1999.
- [2] HODAS, S.: ZH-CAD - design, reconstruction of track head, University of Žilina, Faculty of Civil Engineering, Department of Geodetic Survey, In.: *Fifth international conference COMPRAIL 96 in railways*, Berlin, Germany, Organised by Wessex Institute of Technology, Southampton, UK, 1996, Vol. 5, pp. 43-50.
- [3] BITTERER, L., HODAS, S.: Geodetic surveying of railway objects, University of Žilina, Faculty of Civil Engineering, Department of Geodetic Survey, In.: *Sixth international conference COMPRAIL 98 in railways*, Lisbon, Portugal, Organised by Wessex Institute of Technology, Southampton, UK, 1998, Vol.6, pp. 3-12.
- [4] HODAS, S.: Geodetic measuring of railway objects in practice, In.: *2nd scientific conference on Effective transport, the way to the European Union, Transport construction and infrastructure*, University of Pardubice, J. Perner Faculty of Transport, 16. - 17. 9. 1999, Pardubice, CZ, 1999, pp. 215-220.
- [5] HODAS, S.: Reliability verification of realisation of the railway engineering works by geodetic methods in practice, In.: *Conference on Reliability and diagnostic in transport '99*, University of Pardubice, J. Perner Faculty of Transport, 14. 12. 1999, Pardubice, CZ, 1999, pp. 100-105.
- [6] HODAS, S.: Geodetic survey, design and reconstruction of the track gridiron in the railway engineering using global position system (GPS) supported by ZH-CAD software, In.: *Research 008/304/2000*, Faculty of Civil Engineering, University of Žilina, Žilina, SK, 2000.

Vladimír Feranec *

VETERNÉ INŽINIERSTVO V 21 STOROČÍ

WIND ENGINEERING IN THE 21ST CENTURY

Článok uvádza rozvoj veterného inžinierstva za ostatných 3-5 desaťročí, od existencie veterných tunelov so simulovanou atmosférickou hraničnou vrstvou a od zavedenia náhodných procesov do zaťaženia vetrom na budovy a stavebné konštrukcie, alebo lepšie od prvej medzinárodnej konferencie o účinkoch vetra na budovách a stavbách vo V. Británii (1963), s niektorými víziami do budúcnosti. Niekoľko poznámok článok uvádza tiež o výskume vo veternom inžinierstve na Katedre stavebnej mechaniky Stavebnej fakulty Žilinskej univerzity v Žiline [1] - [31].

Úvod

Veterné inžinierstvo je podľa J. E. Cermaka najlepšie definované ako racionálne pojednanie o interakcii medzi vetrom v atmosférickej hraničnej vrstve a ľudskou činnosťou na povrchu Zeme. Toto tvrdenie bolo umožnené vykonať syntézou poznatkov z tradičných odborov mechaniky tekutín, meteorológie, stavebnej mechaniky a fyziológie na vytvorenie nového odboru. Hoci aerodynamika má ústrednú dôležitosť v tejto novej disciplíne, aplikácie sú vo väčšej časti neleteckej aerodynamiky, atmosférickom roznášaní nečistôt vzduchu, účinkoch vetra na budovách a stavbách, modifikácii vetra na zastavených plochách budovami, stavbami a ulicami, čo sú dôležité príklady interakcií s ktorými inžinier veterného inžinierstva prichádza do styku [1], [2].

Účinky vetra na budovách a stavbách vytvárajú dôležitú skupinu problémov, ktorá je záujmom rýchlo sa rozvíjajúcej disciplíny veterného inžinierstva.

Prvý veterný tunel postavený výhradne pre simulovanie prirodzeného vetra bol navrhnutý J. E. Cermakom v roku 1958 [2], a jeden z prvých veľkých tunelov s hraničnou vrstvou bol navrhnutý a postavený v novembri 1965 na Univerzite v Západnom Ontariu v Kanade [4].

Správna modelová skúška pre javy vo vetre musí sa vykonať v turbulentnej hraničnej vrstve, modelový zákon vyžaduje, aby táto hraničná vrstva bola v mierke podľa rýchlostného profilu. (Martin Jensen, 1958). [3] M. Jensen v svojom dôležitom experimente vykonal porovnanie stredných zložiek tlakov na malých budovách v skutočnej mierke a na modeloch týchto budov vo veternom tuneli.

Progress in wind engineering during last 3-5 decades is described in this paper, from the existence of wind tunnels with the simulated atmospheric boundary layer and introducing random processes in wind load on buildings and structures. State of the art is presented from the First International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures in U. K. (1963) together with some visions for the future. Some remarks are also devoted to wind engineering research in the Department of Structural Mechanics, Civil Engineering Faculty, University of Žilina [1] - [31].

Introduction

According to J. E. Cermak wind engineering is best described as the rational treatment of interactions between wind in the atmospheric boundary layer and human activity on the surface of Earth. A rational treatment of wind effects has been made possible by a synthesis of knowledge from the traditional fields of fluid mechanics, meteorology, mechanics of structures, and physiology to form a new discipline. Although aerodynamics is of central importance in this new discipline, applications are mostly non-aeronautical in nature; atmospheric transport of air pollutants, wind effects on buildings and structures. Modifications of wind in urban areas by buildings, structures and streets are important examples of interactions a wind engineer deal with [1], [2].

Wind effects on buildings and structures create an important class of problems that is embraced by the rapidly developing discipline of wind engineering.

The first wind tunnel constructed specifically for simulating natural winds was designed by J. E. Cermak in 1958 [2], and one of the first large boundary layer wind tunnels was designed and constructed in November 1965 at the University of Western Ontario in Canada [4].

The correct model test for phenomena in the wind must be carried out in a turbulent boundary layer and the model-law requires this boundary layer be scaled in compliance with the velocity profile (Martin Jensen, 1958). [3]. M. Jensen in his important experiment undertook a comparison of the mean pressures on small buildings in full scale and in wind tunnel model experiments.

* Prof. Ing. Vladimír Feranec, DrSc.

Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, University of Žilina, Komenského 52, SK-01026 Žilina, Slovak Republic
Tel.: ++421-89-763 48 18, Fax: ++421-89-723 35 02, E-mail: feranec@fstav.utm.sk

Použitie veterných tunelov uvedeného typu na získanie veľkostí účinkov vetra bolo publikované A. G. Davenportom a N. Isyumovom [4].

Je treba zdôrazniť, že predpoveď účinkov vetra môžeme vyjadriť len štatisticky (A. G. Davenport, [5] M. F. Barstein [6]). Veterný tunel na Žilinskej univerzite bol navrhnutý M. Pirnerom [7] a atmosférická hraničná vrstva v tomto tuneli bola nasimulovaná v minulých sedemdesiatych rokoch, [8] – [10] pozri obr. 1.

Pokrok vo veternom inžinierstve bol urobený počas 4 - 6 desaťročí od zrútenia Tacoma Narrows Bridge, na ktorom kmitania od pomerne nízkych rýchlostí vetra zničili tento most s veľkým rozpätím, alebo presnejšie od prvej medzinárodnej konferencie o účinkoch vetra na budovách a stavbách v Teddingtone vo V. Británii v r. 1963. Teraz sú každé štyri roky organizované medzinárodné konferencie Medzinárodnou asociáciou pre veterné inžinierstvo (Ottawa, Kanada - 1967, Tokyo, Japonsko - 1971, Heathrow v Londýne V. Británia - 1975, Fort-Collins Colorado USA - 1979, Gold Coast a Auckland Austrália - 1983, Aachen Germany - 1987, London, Ontario Kanada - 1991, Delhi India 1995, Kodaň Dánsko - 1999, budúca konferencia bude v Lubbocku v Texase USA - 2003). Desiata medzinárodná konferencia o veternom inžinierstve v Kodani (1999) ako aj časopis Journal on Wind Engineering and Industrial Aerodynamics (vydávaný od r. 1975) prezentujú veľmi dobre minulosť, prítomnosť a budúcnosť veterného inžinierstva a stručne tento pokrok sa uvádza v tomto článku vrátane niektorých výsledkov výskumu v aerodynamickom tuneli Žilinskej univerzity v Žiline [1] – [31].

Veterné inžinierstvo, prítomnosť a budúcnosť

Podľa A. G. Davenporta je názorné uvažovať proces zafarbenia vetrom ako reťaz zloženú s navzájom spojených článkov: veterná klíma, vystavenie vetru, aerodynamické sily, ohlas stavieb ako aj kritéria ohlasu [11], [12].

1. Chýbajúce články

Existujú nepresnosti pri definovaní každého článku, tieto nepresnosti čiastočne vznikajú z chaotického, štatistického charakteru javov ako je napríklad veterná klíma a turbulencia. V prípade turbulencie postupy môžu redukovať nepresnosti pomocou monitoringu, alebo odhadu meraných chýb.

Veterná klíma je kritickým článkom. Extrémne rýchlosti vetra používané v mieste sú jedinou požiadavkou. V súčasnosti sa vyžaduje pre búrku jej čas trvania, smer a priestorové tvary, aby sa ohodnotila nahromadená škoda a spoločný výskyt námrazy a vetra.

How wind tunnels of this type are used to obtain quantitative wind-effect data have been published by A. G. Davenport and N. Isyumov [4].

It is emphasized that the prediction of the effects of the wind can only be expressed statistically (A. G. Davenport, [5] M. F. Barstein, [6]).

The wind tunnel at the University of Žilina was designed in 1965 by M. Pirner [7]. The atmospheric boundary layer in this wind tunnel was simulated in 1970's [8], [9], [10] see Fig.1.



Obr. 1. Veterný tunel Žilinskej univerzity
Fig. 1. Wind tunnel of the University of Žilina

The progress in wind engineering has been achieved during the 4-6 decades, since the collapse of Tacoma Narrows Bridge when the oscillations at comparatively low wind speeds destroyed the long span bridge, or more exactly since the First International Conference on Buildings and Structures in Teddington, U. K. 1963. International conferences are organized in the interval of 4 years by the International Association of Wind Engineering (Ottawa Canada-1967, Tokyo Japan-1971, Heathrow in London G. B.-1975, Fort-Collins Colorado USA-1979, Gold Coast

and Auckland Australia-1983, Aachen Germany-1987, London Ontario Canada-1991, Delhi India-1995, Copenhagen Denmark-1999. Next Conference will be in Lubbock Texas USA -2003). The 10th International Conference on Wind Engineering in Copenhagen (1999) as well as the Journal on wind engineering and Industrial aerodynamics (since 1975) presented very well the past, present and future of wind engineering and this progress is briefly presented in this paper with some research results obtained in the University of Žilina wind tunnel laboratory [1] – [31].

Wind engineering, present and future

According to A.G. Davenport it is instructive to regard the wind loading process as a chain of interconnected links: the wind climate, the exposure, the aerodynamic forces, the structural reaction and response criteria itself [11], [12].

1. Missing links

There is uncertainty in defining each link, this uncertainty arises partly from chaotic, statistical character of the phenomena, for example, the wind climate and the turbulence. In the latter case, the uncertainties can be reduced through improved monitoring or assessment of the measurement errors.

Wind climate is a critical link. Extreme wind speeds used at a point are the only requirement. Now there is the need for storm duration, direction and spatial pattern to evaluate cumulative damage and at joint occurrence of ice and wind.

Faktor vystavenia vetru, ktorý závisí od terénu a topografie, veľmi vplyva na strednú zložku tlaku od rýchlosti a intenzity turbulencie.

Aerodynamické tlaky taktiež majú nepresnosti, najmä keď uvažujeme vnútorné tlaky.

Fyzikálne vlastnosti stavby a odborná kvalita práce mala by sa poznať presnejšie na mostoch s väčším rozpätím, alebo komínoch ako na budovách.

V mnohých prípadoch skutočné mechanizmy chýb sú nedostatočne pochopené, či už od vplyvu únavy alebo stálych deformácií.

Fyzikálne vlastnosti stavby prinášajú veľa prekvapení. Návrh stavieb, alebo odhad ohlasu na vietor, nevyhnutne zdôvodnený modelmi či už fyzikálnymi vo veternom tuneli, alebo analyticky pomocou počítačových modelov, prináša v oboch prípadoch veľkú možnosť chybných predpokladov. Podľa sympózia o skúškach na skutočných konštrukciách: „Teória bez podpory pozorovaní na skutočných konštrukciách je nebezpečná komodita pri inžinierskom návrhu“. Existuje veľa príkladov: Zrútenie mosta cez Tacomaú úžinu, havária chladiacich veží vo Ferrybridge ako aj veľa ďalších.

Ďalšie chýbajúce články sú: Topografické účinky, štruktúra vetra v intenzívnych lokálnych búrkach, nesprávne odhadnuté sily od vetra na ostrých hranách telies, ktoré sú len slabo závislé od mierky alebo Reynoldsovo čísla, zaťaženie na prenosových vežiach v turbulentnom vetre, sústredenie sa na modelové nepresnosti, monitoring na skutočných stavbách (vodorovné kmitanie stavieb, ich tlenie, frekvencie a pod.), výmena základných informácií, počítačové veterné inžinierstvo, ktoré nemusí byť len doplnkom skúšok vo veterných tuneloch, ale tiež v niektorých otázkach, ako sú modelovania silných lokálnych búrok a tornád, umožňuje jediný praktický prístup k riešeniu.

Zvyšovanie počtu prírodných katastrof v dôsledku veterných búrok ukazuje, aby sa významne hodnotilo vytváranie tímov pre bádanie týchto katastrof. Táto činnosť sa stane takou, ako predpokladáme, ktorá bude stimulovať výskum vo veternom inžinierstve.

Bez posledných 10 medzinárodných konferencií z veterného inžinierstva, úspechy v bezpečnosti stavieb vysokých budov a mostov s veľkým rozpätím by neboli možné, a aj napriek tomuto sú medzery, ktoré je treba doplniť: poisťovacia štatistika, bádanie na skutočných stavbách ako základ porovnania pre modelovanie vo veternom tuneli a počítačovom veternom inžinierstve, údaje zo skutočných konštrukcií na organizovaných experimentoch, alebo z prehliadok katastrof veterných búrok a ďalšie [11] – [17].

2. Atmosférická hraničná vrstva

Technický rozvoj rýchlych senzorových systémov, zariadení pre vzorkovanie dát a počítačové spracovanie urobili enormný vplyv na tempo, počas ktorého sa dosahujú nové výsledky.

Napriek tejto skutočnosti sú ešte úplne základné problémy, ktoré očakávajú teoretický rozbor ako aj experimentálne prebádanie.

The exposure factor which depends on the terrain and topography, profoundly affects the mean velocity pressure and the turbulence intensity.

The aerodynamic pressures also contain uncertainty, particularly, if internal pressures are included.

The structural behavior and the quality of the workmanship may be known more accurately for a long span bridge or chimney than for a house.

In many cases the actual failure mechanism should be poorly understood – whether through the influence of fatigue or permanent deformation.

Structural behaviour can have many surprises. The design of structures or the assessment of response to wind inevitably accomplished through models either physical, as a wind tunnel, or analytical through computational models, is in either both cases the ample opportunity for erroneous assumptions. According to the Symposium on Full Scale Testing: “A theory without full-scale observations to back it up is a dangerous commodity in engineering design”. There are many examples: Tacoma Narrows Bridges Collapse, the failure of the Ferrybridge cooling towers and many others.

Other missing links are: topographic effects, wind structure in intense local storms, wrongly assumed wind forces on sharp edges bodies, which are only weakly dependent on scale or Reynolds number, wind load on transmission towers in turbulent wind, focusing on the uncertainties in the models, full scale monitoring (the sway of the structure, its damping, its frequencies and so on), exchange of basic information, computational wind engineering, which may not be only supplement to wind tunnel testing but also in some problems such as the modeling of severe local storms and tornadoes, provide the only practical approach.

The increase in the number of natural disasters due to wind storms suggests that there would be great value in establishing natural disaster investigation teams. Such an activity is hopefully, to stimulate wind engineering research.

Without the previous 10 international wind engineering conferences, the achievements in the safe construction of tall buildings and long span bridges would not have been possible, nevertheless, there are gaps to be filled: insurance statistics, full scale testing as a benchmark for both wind tunnel and computational wind engineering modeling, full scale data through organized experiments or from wind storm damage surveys and others [11] – [17].

2. Atmospheric boundary layer

The technical development in fast sensor systems, data sampling and acquisition equipments and computing has influenced enormously on the pace at which new results are made available.

However, there are still quite fundamental problems waiting for a theoretical analysis as well as experimental verification.

Niektoré problémy naliehavého záujmu o aplikáciu vo veter-
nom inžinierstve sú: Pozdĺžna koherencia, tvary a profily nárazov
a nestacionárne javy [11] – [14].

3. Aerodynamika budov

Pružné stavby ako sú vysoké budovy, vysoké veže a mosty
s veľkým rozpätím niekedy majú aerodynamické kmitanie, ktoré
v niektorých prípadoch môže spôsobiť osudnú katastrofu, vážne
poškodenie stavieb alebo obťažovanie ľudí, dôsledkom čoho skúška
vo veternom tuneli musí byť jedným z najúčinnějších prostriedkov
na vyjasnenie ich aerodynamických charakteristík.

Najlepší spôsob ako efektívne stabilizovať aerodynamické kmi-
tanie je presné pochopenie ich budiacich mechanizmov. Z dôvodov
zložitých charakteristík polí prúdenia okolo hranatých telies, bu-
diace mechanizmy týchto polí nie sú ešte v súčasnosti dostatočne
vyjasnené (generovanie vírov a vírmi indukované budenie, gallo-
ping, flutter, buffeting a účinky turbulencie na aerodynamiku hra-
natých telies).

Nedávny rozvoj počítačového veterného inžinierstva je, alebo
sa určito stáva výkonným nástrojom na riešenie týchto problémov,
potom obe aplikované skúšky, konvenčná vo veternom tuneli a počí-
tačová, boli by žiadané v budúcnosti viac ako v prítomnosti. [12],
[20].

4. Vysoké budovy a stavby

Niektoré stavby a budovy vyžadujú osobitné bádanie z veter-
ného inžinierstva, pretože zaťaženie vetrom a vetrom vybudené
ohlasy vysokých budov a ďalších stavieb pozemného staviteľstva
nemôžu byť spoľahlivo určené analyticky alebo postupmi podľa
noriem.

Okrem toho aerodynamické údaje v stavebných normách sú
najmä pre samostatné budovy a stavby situované v homogénnom
teréne. Také údaje nemôžu byť pre budovy a stavby na zložitom
teréne alebo topografii, alebo pre prípad, kde môžu byť aerodyna-
mické interferencie v dôsledku prítomnosti ďalších blízky budov.

Hoci modelové skúšky vo veterných tuneloch nie sú bez ťaž-
kostí, pretože sú obmedzenia vzhľadom na stupeň podobnosti,
ktorý sa môže dosiahnuť v redukovanej geometrickej mierke a počí-
tačové veterné inžinierstvo a ďalšie numericko-analytické bádania
získavajúce priestor, predsa modelové bádania vo veterných tune-
loch pre uvedené situácie sú teraz akceptované väčšinou stavebných
noriem ako alternatívne postupy potrebné pre dodržanie techno-
logických zmien [12], [16], [18], [30].

5. Mosty veľkých rozpätí

Aeroelastická stabilita je prevládajúce kritérium na návrh
mostov s veľkým rozpätím. Aerodynamika mostov sa tradične za-

Some problems of immediate interest for application in wind
engineering are as follows: longitudinal coherence, gust shapes or
profiles, non-stationary phenomena [11] – [14].

3. Building aerodynamics

Flexible structures such as tall buildings, tall towers and long
span bridges show sometimes aerodynamic vibration, which would,
in some cases, cause a fatal collapse, serious damage of structures
or man annoyance. In consequence, a precise evaluation of the
aerodynamic characteristics and their proper countermeasure
should be carefully investigated. However, the geometrical shape
of these structural sections are usually complicated and their aero-
dynamics must be diverse, in consequence, a wind tunnel test must
be one of the most powerful tools to clarify their aerodynamic
characteristics.

The best way to effectively stabilize the aerodynamic vibration
is a precise understanding of their generation mechanism. Because
of the complicated, behaviour of flow fields around bluff bodies,
their generation mechanism is not always sufficiently clarified
even at present (vortex generation and vortex induced excitation,
galloping, flutter, buffeting and the effect of turbulence on bluff
body aerodynamics).

Recent development of computational wind engineering is
surely becoming a powerful tool to solve these, problems. Then,
both utilization of the conventional wind tunnel test and CWE
would be required in the future more than at present [12], [20].

4. Tall buildings and structures

Some structures and buildings require special wind engineer-
ing studies because, wind forces and wind induced responses of
tall buildings and other civil engineering structures cannot be reli-
ably predicted by analytical and/or code based procedures.

Furthermore aerodynamic data in building codes are mainly
for individual buildings and structures located in homogeneous
terrain. Such data may not be representative for buildings and
structures in complex terrain and/or topography or in situations
where there may be aerodynamic interference due to the presence
of other nearby buildings.

Although wind tunnel model tests are not without difficulties,
as there are limitations to the degree of similitude which can be
achieved at a reduced geometric scale, and CWE and other nume-
rical/analytical studies are rapidly gaining the ground. Nevertheless,
wind tunnel model studies for such situations are now accepted by
most building codes as alternative procedures necessary to keep
up with technological change [12], [16], [18], [30].

5. Long-span bridges

Aeroelastic stability is a governing criterion for the design of
long span bridges. Traditionally, bridge aerodynamics has been

oberá pôsobením vetra na nosníky visutých a zavesených mostov so zameraním na aeroelastickú stabilitu, buffetingový ohlas, kmitanie vybudené vírmi, sú témy, ktoré aj dnes vytvárajú množstvo práce v rozsahu odboru.

Za ostatné roky pozornosť sa venuje cestnej bezpečnosti a komfortu osôb cestujúcich na moste, bádaniam spojených s mostom ako aerodynamika automobilov a ochranným účinkom mostných pylónov a ochranným krytom proti vetru [9], [12], [18], [28].

6. Budovy a mosty v skupinách

Účinky susedných budov na zaťaženie vetrom ďalších budov a stavieb sa extenzívne v minulosti nebádali. Zaťaženie vetrom na tieto budovy a stavby špecifikované súčasnými predpismi a normami pre prax majú svoj pôvod z bádania vo veterných tuneloch na samostatných stavbách a neudávajú žiadny smer pre odhad zaťaženia za podmienok buffetingu.

Výsledky poukazujú na podstatné rozličné účinky pre samostatnú stavbu a stavbu v skupine. Zložitosť problému poukazuje, že je veľmi ťažko spracovať tieto účinky s istým stupňom všeobecnosti. Ako alternatíva sa odporúča poradiť sa s odborníkom a umožniť vykonať odbornú skúšku vo veternom tuneli.

Všeobecne je známe, že rozdelenie tlakov od vetra na stavbe môže byť prudko zmenené, ak nová (nové) stavba sa postaví v susedstve. Je len samozrejmé, že toto prináša komplexný problém už aj pre samostatnú ďalšiu stavbu, pretože existuje veľa parametrov, ktoré musí inžinier brať do úvahy, vrátane tvaru a veľkosti stavieb, ich pozíciu a smer vetra [12], [16], [17], [21], [30].

7. Počítačové veterné inžinierstvo (PVI)

Teraz už je viac ako 15 rokov od zavedenia počítačovej dynamiky tekutín (PDT) do problémov veterného inžinierstva (PVI) alebo počítačová dynamika tekutín (PDT) bola rozvíjaná hlavne v odboroch strojného a leteckého inžinierstva. Veľké úspechy sa dosiahli v určovaní takých pomerne jednoduchých prúdení ako je prúdenie v kanáloch, prúdenie vzduchu okolo krídla a pod. Na druhej strane problémy vzdušného prúdenia vo veternom inžinierstve sú oveľa viac zložitejšie.

Veľa skúšok sa vykonalo a pozoruhodný pokrok sa dosiahol od prvého sympózia konaného v Tokiu (1992). Priestor pre praktické uplatnenie sa významne rozšíril. V súčasnosti je výskumný odbor PVI dobre zriadený ako účinný nástroj vo výskume veterného inžinierstva.

Napriek uvedenému zostáva ešte veľa otázok, ktoré treba riešiť, aby mohli byť na širšiu aplikáciu: Rozšíriť PVI aplikácie a postarať sa o presnosť, presnosť experimentálnych údajov, potvrdiť odhad presnosti pri rozličných nepresnostiach, návrh siete pri postupoch v blízkosti steny a makroskopické hraničné podmienky, hraničné

concerned with wind actions on the girders of cable supported bridges focusing on aeroelastic stability, buffeting response and vortex induced oscillations, topics which also today constitute the bulk of the work within the field.

In recent years attention has been given to road safety and comfort of persons travelling on the bridge, leading to bridge related studies of vehicular aerodynamics and shelter effects of bridge pylons and wind screens [9], [12], [18], [28].

6. Buildings and structures in groups

The effects of nearby structures on wind loading of other buildings and structures has not been extensively examined in the past. Wind loads for these buildings and structures, specified by current standards and codes of practice originate from wind tunnel studies on isolated structures and give no guide for the assessment of loads under conditions of buffeting.

Results show significant different effects for a single structure and a structure in group. The complexity of the problem, however, indicates that it is very difficult to treat these effects with any degree of generality. Alternatively, it is suggested to get a specialist's advice and possibly to perform special wind tunnel tests.

It is well known, however, that the wind pressure distribution on a structure may change drastically when a new structure(s) is built in its neighborhood. Obviously, this is a complex problem even for a single additional structure, since there are many parameters that a designer must consider, including the shape and size of the structures, their relative positions, and the wind direction [12], [16], [17], [21], [30].

7. Computational wind engineering (CWE)

It has now been for over 15 years since the Computational Fluid Dynamics (CFD) technique was first applied to a problem of wind engineering. Computational Wind Engineering (CWE) or Computational Fluid Dynamics (CFD) was developed mainly in the fields of mechanical and aeronautical engineering. Great success has been achieved in predicting such relatively simple flows as channel flow, air flow around a wing, etc. However, problems concerning air flow in wind engineering are far more complicated.

Many trials have been carried out and remarkable progress has been achieved since the 1st Symposium in Tokyo (1992). The scope of practical application has also spread greatly. The research field of CWE is today well established as a powerful tool in wind engineering research.

However, there still remain many problems to be solved to allow for wider applications: Spread of CWE applications and their prediction accuracy, accuracy of experimental data, confirmation of prediction accuracy under various uncertainties, grid design near wall treatment and macroscopic boundary conditions,

podmienky pri nasávaní pre aplikácie simulácie veľkých vírov. Ďalšie smery sú vyvinúť nový koncept pre integrovanie PVI simulácií s rozličnými mierkami [9] – [17], [20], [27].

8. Veterné prostredie okolo budov

Výskum a skúsenosti počas ostatných 2 - 3 desaťročí vo veľa laboratórii – vrátane veterného tunela so simulovanou atmosférickou hraničnou vrstvou na Katedre stavebnej mechaniky, Stavebnej fakulty Žilinskej univerzity v Žiline ukazujú – že otvorené priestranstvá okolo budov a moderné urbanistické miesta sú často neprijemne veterné. Podmienky môžu byť neprijemné a hazardné pre chodcov na miestach, ktoré boli zamýšľané aby poskytovali otvorené vzdušné prostredie.

Aké veterné podmienky sú prijateľné je ťažko definovať, pretože sú viac-menej subjektívne a závisia od aktivity, teploty, vlhkosti prostredia a nárazovej rýchlosti vetra, komplikujú tento problém. Veľa autorov v zahraničí a v našej krajine vyvinulo kritéria rýchlosti vetra, Wise, Melbourne, Davenport a ďalší.

Hoci niektoré skúsenosti sa získali zo skutočných veterných podmienok z okolia rozličných budov je treba sa obracať na modelové skúšky v tuneloch, ak sa vyžadujú dôveryhodné odhady veterného prostredia vybudenej okolo navrhovanej budovy.

Významná časť budovy by nemala byť vystavená priamo veternému prúdeniu. Ochranný účinok náveterých budov je jeden z najdôležitejších faktorov. Niektoré konfiguračné faktory a pravoúhlé budovy narastajúce z terénu spôsobujú environmentálne veterné problémy [21] – [23], [27], [29].

9. Aerodynamika nečistôt vo vzduchu

Od priemyselnej revolúcie ľudstvo sa musí zaoberať dôsledkami znečisťovania z priemyslu, baníctva, dopravy a produkcie energie. Aerodynamika nečistôt vo vzduchu sa venuje interakcii škodlivín, plynov a častíc vypúšťaných do atmosféry s okolitými stavbami, terénom a vegetáciou. Táto interakcia môže odchyliť nečistoty smerom k citlivým plochám, koncentrovať nečistoty nad akceptovateľné úrovne, alebo i zmierniť koncentračné úrovne a zvýšiť rozptyl prúdenia.

Prvoradou úlohou modelovania tekutín počas nastávajúceho storočia nebude vždy priame meranie údajov, aby sa použilo počas inžinierskeho návrhu špeciálnych zariadení, ale namiesto modelovania tekutín malo by sa aplikovať:

- Badať atmosférickú disperziu interakcie, ktorá nie je úplne preskúmaná.
- Zladiť a overiť modely turbulencie prenášané do PDT modelov.
- Navrhovať nové analytické modely vhodné na pojatie do väčších numerických systémov.
- Potvrdiť platnosť počítačových modulov, keď budú začlenené do návrhových noriem [12], [23], [27].

inflow boundary condition for LES (Large eddy simulation) application. Future direction is to develop a new concept for integration of CWE simulations with various scales [9] – [17], [20], [27].

8. Wind environment around buildings

Research and experience during last 2-3 decades at many laboratories including Wind tunnel laboratory with simulated atmospheric boundary layer in the Department of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering at the University of Žilina have shown that open spaces around buildings on modern urban sites are often unpleasantly windy. Conditions can be uncomfortable and hazardous for pedestrians in places which were intended to provide a pleasant open-air environment.

What wind conditions are acceptable is difficult to define because it is much more subjective and dependent on the activity concerned and the temperature and humidity of the environment concerned and gust speed complicate this problem too. Many authors abroad and in our country developed wind speed criteria (Wise, Melbourne, Davenport and others).

Although some experience has been gained from assessing full scale wind conditions about a variety of buildings it is necessary to turn to wind tunnel model testing if a confident prediction of the wind environment induced around a specific building proposal is required.

A significant part of the building should not be exposed to direct wind flows. The shielding effect of upstream buildings is one of the most significant factors. Some configuration factors, rectangular buildings rising from ground level cause environmental wind problems [21] – [23], [27], [29].

9. Air pollution aerodynamics

Since the Industrial Revolution man has to deal with the polluting consequences of manufacturing, mining, transportation, and power production. Air polluting aerodynamics concerns the interaction of noxious aerosols, gases and particles emitted into the atmosphere by surrounding structures, terrain and vegetation. This interaction can deflect pollution materials toward sensitive areas, concentrate species above the acceptable levels or even mitigate concentration levels and enhance diffusion and dispersion.

The primary role of fluid modeling during the next century will not always be the direct measurement of data to be used during engineering design of specific facilities. Instead a fluid modeling there the following activities should be preferred.

- To explore atmospheric dispersion interaction that has not been completely investigated,
- To tune and justify turbulence models incorporated into CFD models,
- To device new analytical models suitable for inclusion into larger numerical systems and
- To validate computational models after they are to be incorporated into design codes [12], [23], [27].

10. Meranie v skutočných mierkach

Veterní inžinieri pokladajú merania v skutočných mierkach za doplnenie a rozšírenie ich poznatkov o chovaní sa budov a stavieb pri pôsobení vetra a potvrdenie alebo kalibrovanie oboch procedúr, numerickej a experimentálnej.

Nedávne programy merania v skutočných mierkach majú tendenciu sa zamerať na merania dynamických vlastností skutočných budov a stavieb. Tieto informácie sú cenné pre pomoc pri ich oprávení alebo modifikácii, podporiť rozhodnutie a zhodnotiť účinnosť takých vylepšujúcich zariadení, ako sú tlmiče s naladiteľnou hmotou alebo tekutinou [12], [16], [23], [30].

11. Merania vo veternom tuneli

Hoci skúšky na modeloch vo veternom tuneli sú široko akceptované, je treba zdôrazniť, že vplyvy vetra v mnohých prípadoch sú adekvátne uvedené v súčasných stavebných normách. Je preto dôležité aby sa identifikovali situácie, v ktorých sa bádania vo veterných tuneloch vyžadujú, alebo sú nevyhnutné.

Čakateľmi na skúšky vo veterných tuneloch sú budovy a stavby, ktoré majú veľkú citlivosť na vplyvy vetra, alebo sú zaradené mimo existujúce skúsenosti. Ako príklady sú vysoké, štíhle a pružné budovy, výhliadkové veže, stožiare a komíny, mosty so stredným a veľkým rozpätím, mosty pre chodcov, vedenia prenosových systémov a rôzne špeciálne stavby, ako sú poddajné strechy s veľkým rozpätím, chladiace veže, veľké žeriavy a pod. Budovy a stavby neobvyklých aerodynamických tvarov, na ktorých možno pozorovať veľké vetrom indukované celkové sily, alebo lokálne tlaky majú dôvod pre osobitnú pozornosť.

Ďalšia oblasť potenciálnej pozornosti zahŕňa existenciu netypického terénu a okolia a blízkej vzdialenosti k väčším budovám a stavbám, alebo s vyčnievajúcimi topografickými tvarmi. Postupy, ktoré sa používajú pri modelovom bádani vo veterných tuneloch sú veľmi rozmanité, závisia od osobitných cieľov a možných zdrojov.

Veľmi bežné skúšky a ich výsledky sú: Miestne tlaky, celkové a plošné zaťaženie vetrom, vysokofrekvenčná silová rovnováha, sekciová modelová skúška (mosty), aeroelastické skúšky, vietor pre chodcov, kvalita vzduchu, skúšky terénov a topografie.

Dôležitá miera praktickej hodnoty všetkých modelových údajov je ich vzťah k poznatkom získaným na skutočných konštrukciách [1] – [5], [7] – [10], [12], [22], [27].

12. Bázy údajov z veterného inžinierstva

S vytvorením novej bázy údajov vo veternom inžinierstve nie každý súhlasí, pravdepodobne z dôvodov existencie už jestvujúcich databáz a tiež z ťažkostí zahrnutých pri novom usporiadaní prirodzených dát do užitočnej formy.

Existujúce bázy údajov. Rôzne formy báz už sú teraz dostupné. Napríklad ESDU (Engineering Science DATA Unit – Jednotka dát pre inžinierske vedy vo V. Británii), the Library of the ASME

10. Full scale measurements

Wind engineers regard full scale measurements as supplement and extension of their knowledge of the performance of buildings and structures under wind action and verification and/or calibration of both numerical and experimental procedures.

The recent full scale measuring programs have tendency to obtain the dynamic properties of buildings and structures. Such information is valuable to assist in their rehabilitation or modification, to facilitate decision making and to evaluate the effectiveness of mitigation devices such as tuned mass and/or tuned liquid dampers [12], [16], [23], [30].

11. Wind tunnel measurements

Although wind tunnel model testing has gained wide acceptance, it is important to stress that the action of wind in many cases is adequately dealt with in the existing building codes, therefore, important to identify situations in which wind tunnel studies are desirable or necessary.

Candidates for wind tunnel tests are buildings and structures that have an unusual sensitivity to the action of wind or that fall outside the existing experience. As examples are tall, slender, and flexible buildings, observation towers, masts and chimneys, intermediate and long-span bridges, pedestrian bridges, transmission line systems, and various special structures, such as large-span flexible roofs, cooling towers, large cranes, etc. Building and structures of unusual aerodynamic shape, which may experience large wind-induced overall forces or local pressures, also warrant special attention.

Another area of potential concern includes the presence of unusual terrain and surroundings, and close proximity to major buildings and structures or prominent topographic feature. Procedures used in wind tunnel model studies vary widely, depending on particular objectives and available resources. The more commonly used tests and their results are the following: Local pressures, area and overall wind loads, high frequency force balance, sectional model tests (bridges), aeroelastic studies, pedestrian winds, air quality, terrain and topographic studies. The important measure of practical value of all model test data is their relation to full-scale experience [1] – [5], [7] – [10], [12], [22], [27].

12. Wind engineering database

Not everybody agrees with the need for a new wind engineering database, probably because there are of some already certain databases and also because the difficulties involved in rearranging raw data into a useful form.

The existing database. Various forms of database have already been available so far. For example, ESDU (Engineering Science DATA Unit in U.K.), the Library of the ASME in USA and raw laboratory data stored in the University of Western Ontario. Various

a údaje laboratória v prirodzenom stave na University of Western Ontario.

Rôzne národné a mnohonárodné výbory pre šandardizáciu noriem zhromaždili údaje pre ich vlastné publikácie, ale konečné výsledky sú niekedy ovplyvnené faktorom iným ako technickým, napríklad politickým a ekonomickým.

Budúcnosť databáz. Numerické simulácie aerodynamiky mohli by byť použité na vytvorenie databáz, ale simulačná technika musí byť ešte zlepšená a jej výsledky nemôžu byť ešte vhodné pre databázu.

Vývoj Európskej normy, ktorá bola publikovaná v r. 1993, bude pokračovať v tomto procese ako aj nové národné normy v Európe vrátane v Slovenskej republike.

Veterný tunel je faktorom, ktorý má spoľahlivé zdroje dát.

Pre bežný stavebný návrh, spoľahlivosť a presnosť aerodynamických súčinitľov zdá sa byť spoľahlivo dostatočná, oveľa väčšia variabilita v zaťažení vetrom, môže byť z takých realít, ako sú zmeny okolia budov. Tieto faktory nemôžu byť zahrnuté v normách so všetkými detailmi [12] – [14], [27].

13. Veterné katastrofy

Každoročne vietor poškodzuje stavby, hoci v niektorých rokoch sú len malé škody, ale priemer ročných nákladov na veterné poškodenie na stavbách je pomerne veľký. Napríklad relatívne malá veterná búrka v Žiline (jún 1998) zničila veľa striech, stromov a trolejových vedení, čo ukazuje na adekvátne ukotvenie na hlavnú stavbu.

Niektoré neúspešné situácie sa objavujú sústavne. Pomerne rozsiahle škody na moderných stavbách mohli by byť vylúčené, pri riadnom zvažovaní účinkov vetra a konštrukcie. Veterné katastrofy striech a stien, sú pravdepodobne viac-menej v dôsledku chýb v normách, alebo konštrukcii a inšpekčných prehliadok, ako v nedostatku základných znalostí z veterného inžinierstva.

Veľké rozsahy škôd súčasných stavieb by mohli byť odstránené pri minimálnych ďalších nákladoch, s dôkladným uvažovaním vplyvov vetra a primeranej pozornosti kritickým detailom pri návrhu a výstavbe.

Výkonanie skúšky vo veternom tuneli môže byť veľmi užitočné a ekonomické pre špeciálne a veľké stavby [12] – [14], [24], [25], [27].

14. Veterné inžinierstvo na Žilinskej univerzite

Veterný tunel na Žilinskej univerzite v Žiline bol navrhnutý a postavený v r. 1965 M. Pirnerom a atmosférická hraničná vrstva v tomto tuneli bola nasimulovaná v sedemdesiatych rokoch vrátane merania rýchlosti vetra a tlakov ako náhodných procesov [8], [9], [10], (Obr. 2).

Katedra stavebnej mechaniky Žilinskej univerzity organizovala v spolupráci UTAM ČSAV v Prahe prvé tri konferencie o zaťažení

national, and multi-national code standard committees have collected data for their own publications but the end results are sometimes influenced by factors other than technical, such as political and economic.

Future of database. Numerical simulation of aerodynamics could be utilized to provide some database. However, simulation techniques still have to be improved and so the results from it may not be appropriate for the database yet.

The development of the EUROCODE, which was published in 1993 like ENV prestandard will be a continuation of this process as well as new national codes in Europe, in the Slovak Republic included.

Wind tunnel as a source of reliable data. However, in the ordinary structural design, the reliability or accuracy of aerodynamic coefficient seems to be fairly sufficient, much greater variation in wind loading can arise from such factors, as the change of surrounding of buildings is. These factors cannot be included in standards with all details [12] – [14], [27].

13. Wind disasters

Every year the wind damages some structures. Some years damages light, but the average annual costs of wind damage to structures is relatively large. For example, relatively small wind storm in Žilina (June 1998) destroyed many roofs, trees and trolley lines. Adequate anchoring to the main structure is, therefore, necessary.

Several failure situations occur hours and again. A large proportion of damage to modern structures could be avoided by a proper appreciation of wind action and construction.

Wind disasters of the roofs and walls are much more likely to be due to faults in codes or construction and inspection practices than to lack of basic wind engineering knowledge.

A large proportion of damage to modern structures could be avoided at minimum extra construction cost by a proper appreciation of wind action and write appropriate attention to the critical details of design and construction.

Performing wind tunnel test can be very useful and economic in case of a special and large structures [12] – [14], [24], [25], [27].

14. Wind engineering at the University of Žilina

The wind tunnel at the University of Žilina was designed in 1965 by M. Pirner [7]. The atmospheric boundary layer in this wind tunnel was simulated in 1970's including measurements of wind velocity and pressures as random processes, see Fig. 2. [8], [9], [10].

The department of Structural Mechanics, Civ. Engng. Faculty, University of Žilina organized in cooperation with ITAM Prague the first three conferences on Wind Load on Buildings and Struc-

vetrom na budovách a stavbách (P. Bystrica 1980, Žilina 1984 a Žilina 1988). Konferencia O dynamike stavieb a veterné inžinierstvo bola organizovaná tiež Katedrou stavebnej mechaniky vo Vyhniach (september 2000).

Pozoruhodnejšie experimentálne bádania vo veternom tuneli pre stavebnú inžiniersku prax sú tieto: Určenie zaťaženia vetrom na televíznu vežu v Bratislave, zaťaženie na strednú časť televíznej veže Buková hora v ČR, statické zaťaženie vetrom na cestný most pre Vitkovické železiarne v Ostrave, zaťaženie vetrom na žeriav pre Železiarne v Brezne a ďalšie.

Aerodynamické sily na nákladných autách a šetrenie energiou v cestnej doprave boli predmetom spolupráce medzi Katedrou stavebnej mechaniky a automobilovým priemyslom (Obr. 3).

Prednášky z veterného inžinierstva na doktorandskom štúdiu na Katedre stavebnej mechaniky Žilinskej univerzity začali v r. 1992.

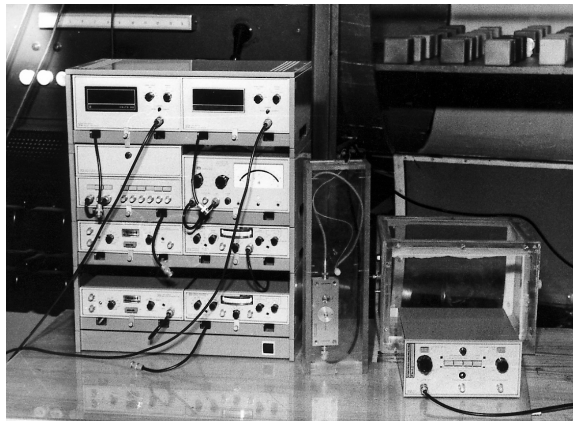
Počas viac ako tridsať rokov skupina veterného inžinierstva na Katedre stavebnej mechaniky je aktívna vo viacerých teoretických a experimentálnych bádaniach zo zaťaženia vetrom na budovách a stavbách a veterného prostredia na skutočných konštrukciách a vo veternom tuneli [8], [9], [10], [15], [16], [17], [30], [31].

Podakovanie

Štúdia bola vypracovaná vďaka sponzorovaniu Žilinskou univerzitou v Žiline a Ministersvom školstva SR, VEGA Grant: No 1/7312-2000 Problémy veterného inžinierstva v stavebníctve, doprave a životnom prostredí.

Literatúra - References

- [1] CERMAK, J. E.: *Applications of Fluid Mechanics to Wind Engineering*. A Freeman Scholar Lecture. Journal of Fluid Engineering, March 1975, Volume 97.
- [2] PLATE, E. J. and CERMAK, J. E.: *Micro-meteorological wind tunnel facility*. Tech. Rep. CER 63.
- [3] JENSEN, M.: *The model law for phenomena in natural wind*. Ingenioren, Inter. Edn., 2, 1958.
- [4] DAVENPORT, A. G. and ISYUMOV, N.: *The Application of the Boundary Layer Wind Loading*. Proceedings of the International Research Seminar on Wind Effects on Building and Structures. University of Toronto Press, Ottawa, Canada. September 1967.



Obr. 2. Prístroje na meranie rýchlosti vetra a tlaku vetra
Fig. 2. Wind velocity and pressure measurement equipment
(Civ. Engng. Faculty Univ. Žilina)



Obr. 3. Model auta s karavanom vo veternom tuneli
Fig. 3. Model of automobile with caravan in a wind tunnel
of DSM CEF UZ

tures (P. Bystrica 1980, Žilina 1984 and Žilina 1988). The conference on Dynamic of Structures and Wind Engineering was organized also by the Department of Structural Mechanics in Vyhne, September, 2000.

The following main experimental wind tunnel investigations for civil engineering industry have been done: Wind load determination on Television Tower (TV) in Bratislava, wind load on the central part of the TV Buková hora in the Czech Republic; static wind load on a road bridge for the Steel Works in Ostrava; wind load on a steel crane for The Steel Works in Brezno and others.

The aerodynamics forces on lorries and saving energy in road transportation have been also the subject of the cooperation between the Department of Structural Mechanics and car industry, see Fig. 3.

The Department of Structural Mechanics has started (1992) to teach the subject wind engineering at the University of Žilina at postgraduate (PhD) level.

For over thirty years, wind engineering group at the Department of Structural Mechanics has been actively engaged in many theoretical and experimental studies of wind load on buildings and structures and wind environment, in full scale and wind tunnel scale [8], [9], [10], [15], [16], [17], [30], [31].

Acknowledgements

This study was supported by the University of Žilina and the Ministry of Education of the Slovak Republic, VEGA Grant: No 1/7312-20 Wind Engineering Problems in Civil Engineering, Transport and Environment. University of Žilina, 2000.

- [5] DAVENPORT, A. G.: *The prediction of statistical concepts to the wind loading of structures*. Proc. Of the wind loading of structures. Proc. of Instn. Of Civil Engineers, London, Vol. 19, august 1961.
- [6] BARSTEIN, M. F.: *Wind effects on tall buildings*. Structural mechanics and analyze of structures. 1/59. Moscow. In Russian.
- [7] FISCHER, O. – KOLOUSEK, V. – PIRNER, M. – NÁPRSTEK, J.: *Wind Effects on Civil Engineering Structures*. Academia-Elsevier, Prague 1983.
- [8] FERANEC, V.: *The Application of the Small Wind Tunnel to Determination Wind Load on Structures*. Proc. of the Inter. Conference on Wind Effects on Buildings and Structures. London-Heathrow 1975. Cambridge University Press. 1976.
- [9] FERANEC, V.: *Wind engineering as a part of civil engineering*. Proceedings of the TRANSCOM 95. University of Žilina, Žilina, June 28-30,1995.
- [10] FERANEC, V.: *Atmospheric boundary layer simulation in a wind tunnel and wind effects on buildings and structures*. Veda Bratislava. Building Journal 2/1986, No. 4. In Slovak.
- [11] DAVENPORT, A. G.: *The missing links*. Proceedings of the Tenth International Conference on Wind Engineering. Copenhagen/Denmark. 21-24 June 1999. Edited by A. Larsen, G. L. Larose and F.M. Liversy
- [12] Proceedings of the Tenth International Conference on Wind Engineering. Copenhagen/Denmark. 21-24 June 1999. Edited by A. Larsen, G. L. Larose and F.M. Liversy.
- [13] Proceedings of the East European Conference on Wind Engineering. Warsaw 4-8 July 1994.
- [14] Proceedings of the 2nd East European Conference on Wind Engineering, Prague 7-11 Sept. 1998.
- [15] FERANEC, V.: *The present state-of the art of Wind engineering*. Proc. of the RILEM Conference 1995. Dynamic behaviour of concrete structures. 5-8 Sept. 1995. TU Košice.
- [16] FERANEC, V.: (2000-2002) VEGA Grant, No: 1/7312/20, *Wind Engineering Problems in Civil Engineering*, Transport and Environment. University of Žilina 2000.
- [17] FERANEC, V.: *Dynamic (unsteady) and steady local wind pressures on structures in group*. Proceedings of the Fourth European Conference on Structural Dynamics. EURO DYN 99, Prague 7-10 June 1999. A. A. Balkena, Rotterdam 1999.
- [18] DYRBYE, C. – HANSEN, S. O.: *Wind Load on Structures*. J. Wiley, 1996.
- [19] MORIKAWA, H. – MARUYAMA T.: *Theory of Conditional Random Field and its Application to Wind Engineering*. Kyoto University, Japan 1999.
- [20] MURAKAMI, S.: *Current Status of Computational Wind Engineering*. JWE and IA Vol. 35, 1990.
- [21] STATHOPOULOS, T.: *Adverse wind load on low building*. Journal of Str. Eng. Vol. 110. No. 10. October 1984.
- [22] MELBOURNE, W. H.: *Problems of wind flow at the base of tall buildings*. Proc. of the third Inter. Conf. on Wind effect [17s on buildings and structures. Tokyo 1971. pp. 105-114.
- [23] AYNLEY, R. M. – MELBOURNE, W. – VICKERY, B. J.: *Environmental Wind Forces around Buildings*. pp. 150-179. Architectural Aerodynamics, A.S.P. London 1977
- [24] Annual review of natural catastrophes 1998. M.R.C. Munich 1999. (Dr. G. Bertz, C. P.)
- [25] Guide to making your home hurricane resistance. United Insurance Company Limited. Bridgetown, Barbados, (Tony Gibbs, C. P.)
- [26] Proceedings of the 2nd European & African Conference on Wind Engineering. Genova, Italy, June 22-26, 1997. SGE Padova 1997.
- [27] ISYUMOV, N. (Editor): ASCE, *Manual of practice for wind tunnel studies of buildings and structures*, Manual No. 67, Wind tunnel studies of buildings and structures. American Society of Civil Engineers, 1999.
- [28] TESÁR, Alexander: *Tuned vibration control of slender structures*. Int. J. Numer. Meth. Engng. 45, 1243-1255 (1999).
- [29] BIELEK, M. – ČERNÍK P. – TAJMÍR M.: *Aerodynamics of Buildings*. STU Bratislava. 1989. In Slovak.
- [30] FERANEC, V. – FERANEC, T.: *Local wind pressures on structures in groups*. Proceedings of the 10th International Conference on wind engineering. Copenhagen, 21-24 June 1999. Wind Engineering into the 21st Century. A. A. Balkena, Rotterdam 1999.
- [31] FERANEC, V.: *Wind load on low-rise buildings and structures*. Inter. Conference Dyn-Wind 2000. 18-21 September 2000, Vyhne.

Petr Cenek *

PROBLÉMY A METÓDY RIADENIA DOPRAVNÝCH SYSTÉMOV

PROBLEMS AND METHODS OF CONTROL IN TRANSPORTATION SYSTEMS

Základnou myšlienkou článku je ukázať rôzne problémy riadenia v dopravných systémoch a potrebu dostupnosti vhodných informačných zdrojov. V článku je ukázaná dôležitosť dopravy a jej význam v modernej spoločnosti. Ďalej je popísaný model dopravného systému, optimalizačné úlohy a metódy ich riešenia. Potreba všeobecného modelu ako aj štandardizácie údajov o dopravnej infraštruktúre a štatistických údajov o dopravných tokoch je zdôraznená ako základný predpoklad pre optimálne riadenie každého procesu v dopravných systémoch.

1. Úvod

Pre kvalifikované rozhodnutia pri riadení systémov potrebujeme poznať informácie o stave systému, popis správania sa systému a mať vhodné metódy pre jeho riadenie. V súčasnej dobe sa pre podporu rozhodovania používajú informačné systémy, ktoré využívajú prostriedky výpočtovej techniky a ktorých úlohou je poskytovať presné, úplné a aktuálne informácie. Systémy na podporu rozhodovania dovoľujú modelovať správanie sa riadených systémov a navrhovať ich optimálne riadenie. S rozvojom osobných počítačov a počítačových sietí sa tieto informačné technológie stávajú dostupné prakticky každému a preto môžu byť masovo využívané v riadení. Väčšina podnikov alebo podnikateľov pritom potrebuje predovšetkým zaviesť poriadok a rutinné spracovanie všetkých svojich informačných agend, zatiaľ čo priame riadenie technologických procesov v reálnom čase je zatiaľ výsadou len niektorých vyspelých prevádzok.

Podobná situácia je i v doprave, aj keď pre dopravu bude asi práca s informáciami ešte významnejšia a priame riadenie procesov v reálnom čase zatiaľ ešte menej používané než vo výrobných podnikoch. I v doprave však môžeme nasadenie systémov pre priame riadenie technologických procesov očakávať v blízkej budúcnosti a niektoré systémy sa už bežne zavádzajú do prevádzky (palubné počítače na moderných trakčných vozidlách, automatizácia prvkov zabezpečovacej techniky pre riadenie prevádzky v stanici a na traťových úsekoch, riadenie práce na zväznom pahorku a pod.). Príspevok sa bude zaoberať skôr súčasným stavom riadenia na vyšších úrovniach riadenia (manažerské alebo dispečerské riadenie), na ktorých sa používajú informačné systémy a systémy pre podporu rozhodovania.

The basic idea of the article is to show various problems of control and management in transportation systems and the necessity of an available information support. The importance of transportation and some ideas on its significance for a modern society is reflected in the paper. The model of a transportation system is further described together with some optimisation problems and methods how to solve them. The necessity of a generalisation of a data model and standardisation of data on the transportation infrastructure as well as statistical data on transportation flows is stressed as a basic need for any exact method of control in transportation systems

1. Introduction

The information about a state of a system, description of its behaviour and suitable methods for its control are vital for any qualified decision in control and management of systems in general. Nowadays, decision support systems use information systems based on computers, which should provide accurate, complete and actual information. Decision support systems use models of behaviour of controlled systems and allow designing optimal control of those systems. The information technologies have become widely available for virtually anybody with a growing use of personal computers and computer networks, so they can be used in control systems on a mass scope. Routine data processing and information systems are currently typical applications for a majority of enterprises and entrepreneurs while a direct on-line control of technological processes in real-time is usually only exclusivity in a few advanced industrial plants.

The situation in transports is similar. For transportation companies the data processing is probably even more important, and a direct control of processes in a real-time is even less frequent than in industrial plants. Nevertheless, the installation of direct control systems for technological processes in transports is expected in the near future. Some systems have already been put into operation (as board computers on modern traction vehicles, automation of parts of interlocking systems for control of operations in a railway stations and on some railway lines, control of processes on a hump, etc). The paper will be concerned more with the current state of control on higher levels of management (managerial or dispatcher control), which uses information and decision support systems.

* Prof. Ing. Petr Cenek, CSc.

Faculty of Management Science and Informatics, University of Žilina, Veľký Diel, SK-01026 Žilina, Slovak Republic

Skôr ako sa budeme venovať vlastnej odbornej problematike, môžeme sa zamyslieť nad charakteristickými vlastnosťami dopravy, z ktorých potom budeme odvídať požiadavky na riadenie a budovať podľa nich model dopravného systému.

Doprava je služba, ktorá zabezpečuje premiestnenie cestujúcich alebo zásielok z východiskového miesta do miesta určenia v požadovanom čase a kvalite. Podrobnejším pohľadom na uvedenú definíciu dopravy a na jej ďalšie vlastnosti ukážeme význam dopravy v každodennom živote a nevyhnutnosť účasti štátnej správy na plánovaní a riadení dopravných systémov.

Typickým znakom dopravy je jej *geografická rozľahlosť*, čo znamená, že neprebíha na súkromnom uzavretom priestore, ale obyčajne na väčšom priestore na komunikáciách, ktoré sú spravidla vybudované na verejných pozemkoch. Doprava je teda *verejne prístupná služba* a dopravnú infraštruktúru (napríklad cesty alebo ulice) môže využívať aj široká verejnosť.

Ďalšou významnou vlastnosťou dopravy je *hromadnosť*, ktorej účelom je dosiahnuť ciele dopravného procesu (t. j. premiestnenia v požadovanom čase a kvalite) pri vynaložení čo najmenších nákladov. V tomto zmysle môžeme hromadnosť považovať za typickú vlastnosť dopravných systémov a to tak z hľadiska súčasnej prepravy viacerých zásielok naraz, ako aj z hľadiska opakovaného využitia určitého prostriedku v čase.

Poslednou vlastnosťou, ktorú môžeme považovať za charakteristickú pre všetky dopravné systémy, je *riziko* (nebezpečie alebo náklady na dopravu), ktoré treba posudzovať v širšom význame. Pretože doprava je verejnou službou, môže byť nielen využívaná verejnosťou ako zákazníkmi, ale ovplyvňuje tiež život celej verejnosti bez ohľadu na to, či dopravné služby využíva alebo nie. Dopravné nehody ohrozujú zdravie a životy občanov, množstvo faktorov však ovplyvňuje životy občanov i nepriamo a dlhodobo. Ide napríklad o vplyvy na životné prostredie, kde produkcia hluku a škodlivých spločin nepriaznivo ovplyvňuje kvalitu života. Ďalším nepriaznivým vplyvom je záber pozemkov pre výstavbu dopravných komunikácií a i v tomto prípade sa zhoršuje životné prostredie, dokonca v dlhodobom horizonte, pretože výstavba komunikácií vážne znehodnocuje kvalitu pozemkov použitých pre vybudovanie komunikácie i pozemkov v širšom okolí komunikácie a natrvalo narušá celý ráz krajiny.

Ako sme ukázali, doprava má verejný charakter, a zasahuje prakticky každého občana tak ponukou svojich služieb ako aj rizikom, ktoré je s dopravou nevyhnutne spojené a ktoré zhoršuje kvalitu jeho života. Na doprave sa aktívne zúčastňujú jednotliví občania ako súkromné osoby a podnikajú v nej súkromné dopravné firmy. Súčasne sa však na rozvoj dopravných systémov (najmä v oblasti infraštruktúry) vynakladá množstvo štátnych prostriedkov a existuje preto aj celospoločenský záujem tieto prostriedky využívať čo najúčelnejšie. Preto môžeme rozlíšiť potrebu riadenia v dopravných podnikoch (resp. riadenia jednotlivých dopravných činností) a riadenie na úrovni orgánov štátnej správy, ktorá rozhoduje o pridelovaní dostupných zdrojov a stará sa o udržanie prijateľného kompromisu medzi prínosmi a rizikami dopravy.

Before control problems are described, the characteristics of transportation systems should be discussed. Further specifications of a control system should be derived according to which a model of a transportation system will be built.

Transportation is a service, which should ensure displacement of passengers or goods from their original place to a destination in a demanded time and with appropriate quality. A more detailed view of this transportation definition and its characteristics will show the importance of transportation in our everyday life and the necessity of public administration involvement in planning and management of transportation systems.

Transportation is typically *geographically widespread*, which means, that it does not work in a private, closed space, but usually, on a wider space such as roads, which are usually built on public grounds. It means that transportation is a *public service* and the transportation infrastructure (as roads or streets) can be used in public.

Another important characteristic of transportation is a "*mass production*", which aims at attaining goals of the transportation process (a displacement in a demanded time and quality) with minimal costs. Mass processing can be thought of as a typical characteristic of transportation systems from the point of view of simultaneous displacement of many items at a time and from a repeated use of transportation facilities in time.

The last characteristic, which can be found as an important one for all transportation systems, is a *risk* (the danger or costs of transportation), which should be handled in a broader sense. Transportation is a public service, which means that it can be utilised not only by the public as customers, but it influences the lives of the whole community whether they utilise or to not utilise its services. Transportation accidents endanger the health and lives of citizens, but many factors act on people in an indirect and long-lasting way. This includes harmful environmental effects as a production of noise or exhalations, which degrade the quality of life. Further, the land use for building transport facilities should be mentioned because transportation endangers the environment and its effects are long-lasting. The building of transportation roads worsens the quality of land used for roads. The quality of land in a broader stripe along the road is deteriorated and the character of countryside is permanently changed.

As shown, transportation is a public service and influences practically everyone by its services as well as by risk, which is unavoidably joined to transportation and degrades the quality of life in general. Individuals take part in traffic on roads, and private companies use public roads to provide transportation services. Large amounts of public funds are spent on transportation systems development (especially on building the infrastructure); therefore, there is public interest in using these funds as effectively as possible. That is why it is necessary to distinguish the problems of management in transportation companies (or management of individual transportation processes) and management on a level of public administration. The public administration decides on allocation of available funds and cares about attaining an acceptable compromise between gains and risks of transportation services.

V súčasnej dobe prebieha privatizácia v mnohých oblastiach hospodárstva a pripravuje sa alebo prebieha aj privatizácia štátnych podnikov v doprave. Pretože po privatizácii budú mať prirodzene jednotlivé podniky záujem predovšetkým na ziskovom hospodárení z pohľadu firmy, mala by sa privatizácia dopravných podnikov posudzovať aj z pohľadu celospoločenských potrieb a štát by si mal v každom prípade ponechať určité právomoci a prostriedky pre presadzovanie týchto záujmov v doprave.

Prostriedky, ktorými môže štátna správa riadiť rozvoj a prevádzku dopravných systémov, je možné rozdeliť na:

- *legislatívne*, ktorými je nariaďované a vynucovaním požadované správanie sa zúčastnených subjektov v doprave,
- *ekonomické* (finančné), ktorými sú podporované spoločensky potrebné činnosti.

Pre ďalšie časti článku sa zrejme obmedzíme len na možnosti minimalizácie nákladov na realizáciu dopravného procesu a optimalizáciu kvality a prínosu dopravných služieb pre občana.

Zásahy do riadenia dopravných systémov môžeme ešte posúdiť z pohľadu delenia dopravného systému na pevnú časť (infraštruktúru) a pohyblivú časť (dopravné prostriedky, resp. dopravné prúdy) a môžeme teda robiť zásahy v oblasti:

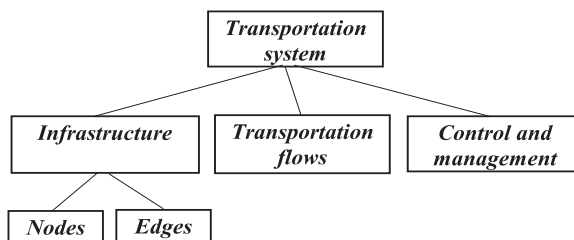
- *budovania a údržby dopravnej infraštruktúry* a riadenia prevádzky na verejných komunikáciách,
- *organizácie a riadenia* premiestňovacích procesov na technologickej úrovni,
- *zriaďovania a prevádzkovania verejných dopravných služieb*.

Informatika a optimalizačné metódy sa zrejme uplatnia vo všetkých uvedených oblastiach. Potenciálnymi zákazníkmi pre použitie týchto prostriedkov budú orgány štátnej správy pre strategické rozhodnutia v oblasti budovania, údržby a prevádzkovania infraštruktúry i pre zriaďovanie a prevádzkovanie služieb verejnej dopravy. Podnikatelia a dopravné podniky budú mať záujem o ich použitie na znižovanie svojich nákladov pri operatívnom riadení prevádzky.

2. Model dopravného systému a vstupné dáta

Cestujúci alebo prepravované zásielky budú v dávkach prepravované do požadovaného cieľa. Každá skupina alebo dávka bude prepravovaná pomocou určitého dopravného prostriedku. Vozidlá alebo iné dopravné prostriedky tvoria spolu s prepravovanými zásielkami pohyblivú časť dopravného systému, ktorú nazývame *dopravné prúdy*.

Dopravné prostriedky sa pohybujú po dopravných komunikáciách (po cestách, železničných tratiach, vodných cestách a pod.) Dopravné



Obr. 1. Členenie dopravného systému
Fig. 1. Transportation system

Many companies in various branches of industry are to be privatised in the near future and similarly some state-owned transportation companies should be privatised, too. After privatisation the companies will naturally follow their own interests in possibly profitable operations from their own points of view. That is why the privatisation of transportation companies should be judged with regard to public interests, and the public administration should retain some rights and tools to be able to enforce public interests in transportation.

The tools with which public administration can control development and operations of transportation systems can be divided into:

- *legal issues*, which define and enforce a desirable behaviour of all subjects that take part in transportation,
- *economic issues* (financial tools), by which generally desirable activities can be supported.

The further parts of the article will be concerned with possibilities of minimisation of costs spent on transportation processes and on optimisation of quality and profits from transportation services for citizens.

Moreover, the measures for control of transportation systems can be judged from a point of view of two parts of a transportation system: a fixed part (infrastructure) and a moving part (transportation vehicles or transportation flows). It means the control measures can be taken in:

- *building and maintenance of a transportation infrastructure* and control of traffic on public roads,
- *organisation and control* of transportation processes on a level of technological processes,
- *creating and operating public transportation services*.

Information technology and optimisation methods can be used in all of the mentioned parts. Potential users of those tools are public administration offices, which can use them for strategic decisions in development, maintenance and operations on a transportation infrastructure and for creating and operating public transportation services. Entrepreneurs and transportation companies will be interested to use those tools in a direct control of operations to decrease their operational costs.

2. Model of a transportation system and input data

Passengers and transported goods will be moved in batches to their desired destination. Every group or batch will be carried using a certain transportation vehicle. The vehicles or other transportation means together with transported goods create the moving part of a transportation system or *transportation flows*.

Transportation vehicles move along the transportation roads (as roads, railroads, waterways etc.) Transportation roads create

komunikácie tvoria pevnú časť (infraštruktúru) každého dopravného systému a nazývame ju *dopravná sieť*. Vybudovanie a údržba dopravných komunikácií sú základnou podmienkou funkcie každého dopravného systému, pretože umožňujú rýchlejšie a hospodárnejšie premiestňovanie vozidiel, ako keby sa každé vozidlo pohybovalo ľubovoľne po neupravenom teréne svojou vlastnou cestou. Dopravnú sieť môžeme ďalej deliť na uzly a úseky siete, ako je ukázané na obrázku 1.

2.1. Údaje o dopravnej sieti a GIS

Údaje o dopravnej sieti tvoria základ popisu každého dopravného systému. Dopravná sieť v mnohom pripomína graf ako ho poznáme z teórie grafov a pre niektoré úlohy je takáto predstava dostatočná. V dopravnom systéme však prebieha rad technologických činností, ktoré nie sú v teórii grafov uvažované a nemôžu tam preto byť modelované. Napríklad po úsekoch siete sa pohybujú vozidlá v dopravných prúdoch. Každé vozidlo resp. celý dopravný prúd sú popísané ako dynamické systémy a skúmanie ich správania je samostatnou problematikou. Podobne v uzloch siete dochádza k zhromažďovaniu a triedeniu zásielok a k ďalším technologickým činnostiam, ktoré treba modelovať.

Dopravná sieť bude vždy zadávaná svojou topológiou, t. j. svojimi uzlami a úsekmi, ktoré spájajú jednotlivé uzly siete. Vo väčšine aplikácií bude dôležitou informáciou aj popis grafického motívu úsekov, a preto je často výhodné použiť pre udržiavanie a zobrazovanie údajov o dopravných sieťach geografické informačné systémy (GIS). V GIS sú základnými údajovými prvkami grafické bodové, líniové a plošné objekty, ku ktorým môže byť priradený ľubovoľný počet alfanumerických atribútov. To zodpovedá potrebám modelovania dopravnej siete, keď napríklad každá cesta môže mať zadanú šírku, dĺžku medzi dvoma susednými križovatkami, maximálnu povolenú rýchlosť alebo kapacitu a pod. GIS ďalej dovoľuje (resp. je jeho základnou vlastnosťou) prácu so vzťahmi medzi jednotlivými prvkami, ktoré sú popísané topológiou siete.

V geografických informačných systémoch používame základné grafické prvky:

- *bod*, ktorý je definovaný svojimi súradnicami (x, y) v rovine,
- *čiara* (úsečka), ktorá slúži na spojenie dvoch bodov alebo *lomená čiara* na spojenie viacerých bodov v rovine,
- *plocha*, ktorá je ohraničená uzavretou krivkou alebo uzavretou lomenou čiarou.

Pre dopravný systém budú uzly reprezentované bodmi v GIS a úseky budú reprezentované čiarami alebo lomenými čiarami. Priradenie atribútov môže pre uzly siete znamenať napríklad mená uzlov alebo ich kapacitu, zadanie atribútov úsekov môže podobne slúžiť pre informácie o dĺžke úseku, jeho kapacite alebo pre číslo (pomenovanie) úseku. Viaceré GIS obsahujú aj procedúry pre riešenie niektorých optimalizačných úloh na sieťach ako je hľadanie ciest na sieti, umiestňovanie stredísk a pod.

a fixed part (infrastructure) of every transportation system or a *transportation network*. The building and maintenance of transportation roads is the basic condition for the functioning of any transportation system, because it allows faster and more effective motion of vehicles in comparison with a situation when every vehicle would move off-road its own way. A transportation network can be further divided to nodes and edges as shown in Fig. 1.

2.1. Data on transportation networks and G.I.S.

Data on a transportation network create a basis for the description of every transportation system. A transportation network seems to be the same structure as a graph known from the graph theory and for some problems this similarity can be utilised. But many diverse technological processes are to be run in transportation systems and these processes are not acceptable in a graph theory and cannot be processed there. For instance, vehicles move along the edges of a transportation network in transportation flows. Every vehicle and/or the whole transportation flow are described as a dynamical system, the behaviour of which is to be investigated as a problem by itself. Similarly, the transported items are accumulated and sorted in nodes of a network and these processes together with other technological activities are again to be modelled on transportation networks.

A transportation network will be defined by its topology, which means by its nodes and edges connecting the nodes of a network. Another important aspect in many applications is a graphical shape of edges and that is why it is suitable to use geographical information systems (GIS) to store and visualise the information on transportation networks. Basic data items in GIS are points, lines, and areas and any number of alphanumeric attributes can be assigned to each of those items. It complies with needs of a transportation network modelling when, for instance, every road can have assigned data on its width, length or capacity, etc. GIS further allow (or better to say it is a basic feature of those systems) using topological relations among elements of a transportation system. These relations are defined by topology of a network.

As mentioned, the basic graphical items used in geographical information systems are:

- *point*, defined by its X and Y co-ordinates in a plane,
- *line*, which defines a connection among two points or a *polyline* which is used for a connection of more points in a plane,
- *area*, defined by a closed curve or a closed polyline.

Points in GIS will represent nodes in transportation systems and lines or polylines will represent edges. The assignment of attributes for nodes of a network may be used (among others) for names of nodes or their capacity. The attributes of edges can similarly be used for information on its length, its capacity, its name or number. Many GIS offer some procedures for solving basic optimisation problems on networks such as finding paths on a network, location of centres, etc.

2.2. Údaje o dopravných prúdoch

Dopravné prúdy sú pre riadenie a plánovanie v doprave rovnako dôležité ako popis dopravnej siete. Dopravný systém by mal – pokiaľ možno – dobre plniť požiadavky zákazníkov a tento cieľ môžeme dosiahnuť len keď požiadavky zákazníkov poznáme. Požiadavky môžu byť kvantifikované zadaním intenzít dopravných prúdov. Podobne potrebujeme poznať intenzity dopravných prúdov aj pre kontrolu prevádzky a zaťaženia dopravných komunikácií.

Tiež skúmanie dynamického správania sa vozidiel v dopravných prúdoch a modelovanie prebiehajúcich technologických procesov pri spracovaní zásielok vyžadujú zadanie informácií o pohyblivých častiach dopravného systému. Údaje o dopravných prúdoch sú alfanumerické údaje, ktoré môžu byť pridelené ako atribúty úsekom siete alebo môžu byť určené pre každú reláciu medzi dvoma uzlami siete. Z hľadiska prípravy a spracovania informácií môžu byť takéto údaje spravované bežným databázovým systémom.

3. Prostriedky a metódy riadenia dopravných procesov

Riadenie v doprave má čiastočne odlišné požiadavky oproti riadeniu niektorých výrobných systémov. Budeme sa, samozrejme, usilovať riadiť dopravný systém tak, aby sme optimálne využívali dostupné prostriedky a aby sme minimalizovali náklady vynaložené na realizáciu prepravného procesu. Prvotnou úlohou riadenia však bude (alebo by aspoň mala byť) bezpečnosť prevádzky. Už v úvode sme pripomenuli, že doprava je verejnou službou, prebieha na verejných priestoroch a dopravné nehody predstavujú vážne ohrozenie zdravia a životov občanov. Preto musí byť bezpečnosť premávky prvoradým cieľom a optimalizácia hospodárnosti prevádzky môže byť rešpektovaná až ako druhotný cieľ.

Bezpečnú prevádzku dopravných systémov sa snažíme zabezpečiť vytvorením legislatívneho rámca, ktorý núti účastníkov premávky správať sa tak, aby sa riziko ohrozenia ostatných účastníkov premávky aj celej verejnosti čo najviac znížilo. Pre hospodárne využívanie prostriedkov a minimalizáciu nákladov potom použijeme celý rad metód a postupov od intuitívneho ručného riadenia, cez riadenie s podporou počítača až po automatické riadenie počítačom.

V doprave bude prevažovať riadenie na úrovni spracovania informácií spravovaných v informačných systémoch. Údaje o dopravnej infraštruktúre pritom môžu slúžiť pre jednoduché úlohy ako je vyhľadávanie ciest na sieti, úlohy obchodného cestujúceho, lokácia a alokácia stredísk. S využitím údajov o dopravných prúdoch môžeme ďalej riešiť dopravnú úlohu a úlohu návrhu sietí. Modely uvedených úloh môžu byť využité v množstve praktických problémov ako je financovanie rozvoja dopravnej infraštruktúry a dopravných služieb alebo optimalizácia nákladov na realizáciu dopravného procesu.

Z hľadiska použitých postupov by sme ešte mohli pripomenúť, že optimalizáciu riadenia môžeme robiť najrôznejšími postupmi:

2.2. Data on transportation flows

Transportation flows are as important for control and management in transports as the data on a network infrastructure. A transportation system should serve customers and this goal can be fulfilled only if demands of customers are known. The demands can be quantified by intensities of transportation flows. These intensities must be known, also, for verifying traffic capacity and the level of exploitation of transportation roads.

The analysis of dynamical behaviour of vehicles in transportation flows and creation of models of technological processes in transportation systems demand information on moving parts of a transportation system. Data on transportation flows are alphanumerical data, which can be assigned as attributes to edges of a network or can be defined for each relation between two nodes of a network. Input and processing of data on transportation flows can thus be done using a commercial database system.

3. Control tools and methods for transportation processes

Control of transportation processes is slightly different from the control in production systems. A transportation system should be controlled so that the available resources will be used in an optimal way and the costs of transportation processes should be minimal similarly as in production systems. But the priority goal in a control of transportation systems must be (or at least should be) the safety of traffic. As mentioned in the introduction, transportation is a public service, it runs in a public accessible space and traffic accidents represent a serious danger for the health and lives of citizens. That is why traffic safety must be a priority goal, and any optimisation of efficiency of a system can be respected only as a secondary goal.

Safe traffic in transportation systems is to be attained by a suitable, legal frame, which enforces such behaviour of traffic participants that the risks of endangering other people involved directly in traffic or just passively using the public space will be as low as possible. The effective use of transportation means (roads and vehicles) and minimisation of transportation costs can be managed using a number of known methods and approaches from an intuitive control by a human operator and control with a decision support systems to a fully automatic control by computer.

A control on a level of processing information from information systems will be the prevailing type of control in transportation systems. Data on a transportation infrastructure can be used for simple tasks such as finding the shortest path in a network, travelling salesman problem or location of centres and allocation of demands to centres. Further problems, such as a transportation problem or a network design, can be solved using data on transportation flows (together with data on networks). Models of all those problems can be used for solving many different practical tasks such as optimal financing of development and maintenance of a transportation infrastructure, financing of public transportation services or optimisation of transportation processes costs.

From a point of view of used principles, it should be mentioned that optimal control can be achieved by various approaches:

- *ručné riadenie* sa v doterajšej praxi osvedčilo a má relatívne dobré výsledky, ktoré sú založené na dlhodobej skúsenosti riadiacich pracovníkov a na ich zodpovednosti; zavedenie počítačov dovoľuje túto vysoko kvalifikovanú a zodpovednú prácu postupne nahrádzať,
- *exaktné a heuristické optimalizačné metódy* dovoľujú preskúmať veľké množstvo alternatívnych riešení, ktoré by človek nedokázal vyhodnotiť v prijateľnom čase, obmedzením je neľahká formalizovateľnosť niektorých problémov, čo vedie k nutnému zjednodušeniu používaných modelov a z toho plynúcej nepresnosti výsledkov alebo nemožnosti riešenia problému optimalizačnými metódami,
- *interaktívne metódy* riešenia sú založené na spolupráci operátora s počítačom a dovoľujú tak odstrániť nedostatky predchádzajúcich dvoch postupov: poskytujú výpočtový výkon počítača a intuitívne schopnosti operátora, ktorý prípadne môže pri výbere riešenia uplatniť aj ďalšie neformalizovateľné podmienky,
- *simulačné metódy* sa používajú obyčajne pre skúmanie systémov so stochastickým správaním sa, t. j., že niektoré z činností majú náhodný charakter, môžeme simulovať dopravné systémy na rôznej úrovni podrobnosti popisu od hrubého modelu celého dopravného systému až po simuláciu dynamického správania sa jednotlivých vozidiel alebo dokonca len ich časti, veľmi atraktívna a užitočná je animácia simulovaného systému, ktorá dovoľí sledovať prebiehajúce činnosti na grafickom výstupe,
- *metódy umelej inteligencie* sa používajú tam, kde riadenie vyžaduje prehľadanie veľkého množstva možností vzájomne viazaných logickými podmienkami; metódy umelej inteligencie obyčajne nie sú veľmi efektívne pre číselné riešenie optimalizačných problémov, ale dokážu analyzovať množstvo podmienok riešení, ktoré môžu byť zadane pomerne jednoduchými deklaráciami pravidiel a faktov.

Existuje teda rad metód a postupov pre riešenie optimalizačných úloh, resp. úloh riadenia dopravných procesov. Pre každú úlohu potrebujeme kvalitné vstupné údaje, model riešenej úlohy a metódu riešenia. Údaje popisu dopravnej siete a dopravných prúdov sú obyčajne rozsiahle a preto sa treba snažiť o viacnásobné využitie získaných údajov, resp. vytvoreného modelu. Modely by teda mali byť univerzálne a dovoľovať riešenie pokiaľ možno všetkých úloh a pomocou všetkých uvedených postupov. Takáto požiadavka je, samozrejme, asi príliš striktná a príliš náročná, avšak môže slúžiť aspoň ako určitá idea, ktorú sa budeme snažiť uskutočniť.

Na záver by sme mohli ešte spomenúť, že veľká rôznorodosť nie je len v používaných metódach riešenia, ale môžeme ju ukázať aj na možnostiach praktického využitia a praktickej interpretácie uvedených úloh. Napríklad návrh sietí je asi najťažšou optimalizačnou úlohou, v ktorej hľadáme najlepší variant výstavby dopravnej siete tak, aby prepravné požiadavky medzi uzlami siete boli obslužené s minimálnymi nákladmi a rovnako náklady na výstavbu siete aby boli pokiaľ možno minimálne. Model úlohy návrhu sietí potom môžeme použiť pre rôzne praktické problémy ako sú:

- výstavba novej cesty alebo úseku cesty,
- prestavba cesty alebo traťového úseku pre zvýšenie jeho kapacity, technickej rýchlosti a pod.,

- *human operator control* is well established in contemporary systems and it works with good results, which are given by a long experience of operators and by their responsibility; the installation of computers gradually replaces this highly qualified and responsible jobs,
- *exact or heuristic optimisation methods* allow to evaluate a huge number of variant solutions, which would be impossible for a human operator; limits of this approach are set by the impossibility of a formal definition of some problems and conditions, which leads to a necessary simplification of used models and imperfection of attained results or to the impossibility of a problem solution by optimisation methods,
- *interactive methods* are based on a cooperation of a human operator with a computer system, in this way many shortages of the former approaches can be eliminated: the computer provides a sufficient performance, while a human operator will use his intuition and can choose a suitable solution with respects to further preconditions which can hardly be described formally.
- *simulation methods* are used usually to work with stochastic systems, which means with systems where activities have stochastic nature; transportation systems can be simulated on a different level of detail from a rough model of a whole transportation system to a detailed simulation of individual vehicles or their parts with a full description of their dynamic behaviour; very attractive and useful is a visualisation and animation of the simulated system, which allows to follow all the activities in a graphical output.
- *artificial intelligence methods* are used primarily in cases when control of a system demands looking through a vast number of combinations mutually joined by logical conditions; the methods of artificial intelligence are usually not suitable for numerical solution of optimisation problems, but they can analyse a number of conditions, which can be defined by a quite simple declarations of facts and rules.

So there are many methods and approaches to solving optimisation problems or control tasks in transportation systems. A correct input data, a model of a problem and some solving methods are necessary for any such task. Data sets on transportation networks, and on transportation flows are typically very large and that is why the data and models should be used repeatedly. The models should be generally usable and should allow the possibly all the problems to be solved using all of the mentioned approaches. This condition is, of course, rather ambitious and too difficult but can serve at least as an idea to be attained in the future.

Finally, it is to be mentioned that there is a great variety of approaches used for solving the problems, but there is also a variety of possible practical applications and practical interpretations of presented models. A network design, as an example, is the most difficult optimisation problem, in which the best configuration of a network is to be designed so that the total costs of building the network together with costs of serving transportation demands will be minimal. Various practical tasks can be derived from the theoretical description of a network design problem:

- construction of a new road(s) or a part of a road;
- reconstruction of a road(s) or a railroad(s) to increase its capacity, technical speed etc.;

- zavedenie novej verejnej dopravnej služby (autobusovej linky, vlakového spoja).

4. Záver

Riadenie dopravy je z veľkej časti závislé od spracovania informácií, ktoré sa v minulosti robilo ručne, zatiaľ čo dnes sa už väčšina informácií spravuje a spracováva rutinne na počítačoch. To umožňuje zavádzať do riadenia dopravy exaktné metódy, ktoré môžu pomocou vhodných optimalizačných algoritmov, simulačných metód, interaktívnych systémov alebo prostriedkami umelej inteligencie navrhovať optimalizované riešenia úloh riadenia.

Pre širšie uplatnenie týchto metód treba nielen vyvinúť potrebné prostriedky, ale tiež ich praktické využívanie zabezpečiť vhodnými organizačnými opatreniami. Jedným z problémov je pomerne zlá preukázateľnosť prínosov zo zavedenia kvalitnejších metód riadenia a z toho plynúca pretrvávajúca spokojnosť so súčasným stavom. Druhým vážnym problémom je špatná dostupnosť vstupných údajov, ktoré sú nevyhnutným predpokladom pre kvalitné riadenie. Vo vyspelých štátoch sú údaje o dopravnej infraštruktúre ľahko dostupné (v USA úplne zdarma, v Nemecku za mierne poplatky) vo forme digitalizovaných máp, prípadne vektorových vrstiev pre dopravné komunikácie. Rovnako údaje o intenzitách dopravných prúdov sú sledované štátnymi orgánmi a sú k dispozícii záujemcom ako výstup práce štátnych štatistických úradov.

V našich podmienkach sa, žiaľ, uvedené údaje vôbec nespracúvajú alebo ich poskytujú rôzne organizácie za pomerne vysoké ceny pri (podľa našich doterajších skúseností) veľmi zlej kvalite týchto údajov. Navyše sú mnohí užívatelia nútení vytvárať si svoje vlastné súbory vstupných dát, preto sa táto práca i v našich skromných podmienkach robí duplicitne a samozrejme, že i kvalita týchto dát je poplatná ich jednorázovému alebo len špecializovanému určeniu pre riešenie určitej úlohy.

Aspoň na úrovni vysokej školy sa preto snažíme o výstavbu jednotného modelu dopravného systému, ktorý by bol použiteľný pre rôzne aplikácie a používal by štandardné vstupné údaje.

- introduction of a new public transportation service(s) (bus line, train).

4. Conclusions

Control and management of transportation systems are greatly dependent on data processing, which was originally done by hand while nowadays the major part of information is maintained and processed in computers. It allows exact control methods to be introduced in transportation and with a help of suitable optimisation algorithms, simulation methods, interactive systems or tools of artificial intelligence to design optimised control strategies.

A further application of these methods demands not only to develop necessary tools, but also to enforce their use by suitable organisational measures. One of the problems is that gains from a better control of a system are difficult to be proved, and thus a general satisfaction with the current situation survives. Another serious problem is poor accessibility of input data, which are necessary for a quality control. In developed countries (in U.S.A. free of charge, in Germany for an affordable price) anybody can get data on transportation infrastructure in a form of digital maps or possibly as a vector description of transportation infrastructures. In the same way, the data on transportation flows are collected by state agencies and are available for users as a result of a state bureau of statistics.

In our countries the data are not available or are offered by private companies for excessive prices and of inferior data quality (according to our experience). Moreover, many users have to collect their own input data files, which means that the same work is done several times and of course also the quality of the data corresponds to their one time or specialised use for a solution of a special problem.

That is why we are trying at least at the university level to build a unified model of a transportation system, which would be usable for various applications and would use standard data sets.

Literatúra - References

- [1] CENEK, P., KLIMA, V., JANÁČEK, J.: *Optimisation of transportation and postal processes*. (in Czech). Edičné stredisko VŠDS, Žilina, 1994
- [2] JANÁČEK, J.: *Mathematical programming*. (in Czech) EDIS ŽU, Žilina 1999
- [3] JÁNOŠÍKOVÁ, L.: *An adaptation of the tabu search metaheuristic to the problem of transportation planning*, In: Preprints of the "IFAC/IFIP/IFORS Symposium - Transportation systems", Technical University of Crete, Chania, Greece, 1997, pp. 765-768, vol. 2
- [4] KAVIČKA, A., JÁNOŠÍKOVÁ, L.: *Modelling of a railyard and finding the shortest path*. In: *Komunikácie*, Scientific Letters of the University of Žilina, No. 2, Žilina 1999, pp. 9-21

Anthony Wren *

PRÍSPEVOK INFORMAČNÝCH TECHNOLOGIÍ K EFEKTÍVNEMU RIADENIU DOPRAVY

THE CONTRIBUTIONS TO EFFICIENT TRANSPORT MANAGEMENT

Stredobodom dopravných systémov je tvorba časopriestorových rozvrhov. Počítačové systémy pre tvorbu rozvrhov sú inštalované v mnohých dopravných organizáciách a úspory sú dobre dokumentované. Môžu to byť: priame úspory vychádzajúce z efektívneho plánovania, nepriame úspory vychádzajúce z možnosti preskúmať úspešné alternatívne scenáre, vyvolané úspory, ktoré vzniknú tým, že počítač upozorní na to, kde by úprava časových rozvrhov alebo prevádzkových pravidiel mohla zvýšiť výkonnosť. Na druhej strane použitie počítača pre tvorbu rozvrhov nedáva samo osebe záruku, že rozvrh bude dobrý. Jestvuje veľa atraktívne prezentovaných systémov, ktoré často veľmi rýchlo produkujú biedne rozvrhy. Takýchto sa treba vyvarovať a je dôležité, aby ľudia, ktorí sú zainteresovaní vo voľbe systémov, vedeli oceniť rozdiely medzi dobrým a zlým algoritmom. Potvrdzujeme to svojimi vlastnými skúsenosťami s úspešným využívaním informačných technológií pre plánovanie a poukazujeme na ich niektoré úskalia.

Transport systems revolve around their schedules. Computer scheduling systems are now installed in very many transport organisations, and savings are well documented. These may be: direct savings from more efficient schedules; indirect savings because of the ability provided to investigate speedily alternative scenarios; induced savings where the computer has pointed out how adjustments to timetables or operating rules would increase efficiency. However, the use of an IT system for scheduling does not, in itself, guarantee a good schedule. There are many attractively presented systems that produce poor schedules, often quite quickly. These should be avoided, and it is important that people involved in the choice of systems should appreciate the distinction between good and bad algorithms. We report from our own experience on successful uses of IT for scheduling and show some of the pitfalls.

1. Introduction

Although scheduling is central to transport operation, management has often failed to appreciate the scope for increased efficiency through better scheduling practices. Schedulers in many transport organisations are relatively poorly paid and have little formal training in either in conventional scheduling processes or in IT skills. Often scheduling staffs are nearing retirement age, and little is being done to plan their replacement.

The skills required for scheduling are very similar to those required for computer programming, and young people with these skills are generally attracted towards IT, leaving transport organisations in a vulnerable position. Yet where good computer systems have been integrated with the scheduling function, the job satisfaction -even of older staff- has increased, and potential recruits have been excited by the challenge of getting the most out of both the scheduling system and the transport resources.

The author has been engaged in the development of computer processes for scheduling trains, buses, trucks and their drivers since 1960. These processes have yielded:

- *direct savings*, where computer generated schedules have typically saved five percent of operating costs, and often more;
- *indirect savings*, where the system has enabled the planner speedily to produce schedules for many possible operating scenarios, and to choose the scenario which provides the best compromise between service levels, operating cost, and staff satisfaction;
- *induced savings*, where the computer has highlighted those elements of the planned operation which would inhibit the production of an efficient schedule, allowing the user to adjust departure times or other factors where practicable, and then to produce a new schedule matching the adjusted parameters.

Within the limits of this paper the author cannot detail the many successful applications of scheduling systems with which he has been involved, let alone other people's applications. Some of the author's own experience is highlighted here, and reference is given to other sources. Those seeking further information are referred to the proceedings of the seven published international conferences on Computer-Aided Scheduling of Public Transport (e.g., [1]). An eighth conference was held in Berlin in June 2000. Much of the work of the author and his team is summarised in [2].

* Anthony Wren

Emeritus Professor of Scheduling and Constraint Management, University of Leeds, UK

2. Train and Bus Scheduling

In its simpler forms, the problem of scheduling rail locomotives is logically equivalent to scheduling buses. A set of planned journeys is pre-specified by the train company, and can be summarised in a list showing, for each journey, the starting and finishing points and the relevant times. Vehicles are then assigned to these journeys in such a way as to minimise the number of vehicles used and within that number, to minimise the amount of running empty (known as dead running) between journeys to or from the depot. It is necessary to give computer information about the times required for these dead journeys; good software can intelligently construct a full table of such times from skeletal information.

The author first met this problem in 1960 when he was asked to undertake research into the possible use of computers in rail locomotive scheduling, in the particular context of a set of local freight trains operating between London docks (east of London) and several goods yards linked to the main lines to the north and west. Although it was in principle necessary to ensure that paths through the tracks were available for any locomotives running dead through the system, the operating staff agreed that it was always possible to find a path for a locomotive within a few minutes of any desired time, and that a deviation of a few minutes was unimportant, given the flexibility of freight train operation.

The existing manually prepared schedule had been built up over many years, and alterations to journey requirements had been met by a series of patches. It was therefore believed that there was considerable scope for savings. A simple heuristic was developed, and the first solution obtained a saving of one locomotive out of every 15. However, the principal advantage of the heuristic was that it could produce a solution for any given number of locomotives; if the number was too small for a feasible solution, then the computer pinpointed those journeys whose times would need to be changed in order to make the solution operable. In this case, changes to the times of only two trains allowed a full solution with only 12 locomotives, saving 28 percent of the dead running time. This solution was put into operation in 1963, and this is believed to have been the first implementation anywhere of a computer-produced rail schedule. Subsequently, the system was used to schedule passenger train units in many parts of the United Kingdom.

Nowadays, rail operation in the UK is planned with the availability of traction units in mind, so this type of scheduling system is no longer necessary. However, the use of such a system is still valuable where problems of assigning units to pre-planned journeys exist.

The same process, known as the VAMPIRES algorithm, has been used since 1971 for bus operation, and has saved many vehicles for different companies. It is particularly valuable where there are irregular operations, some journeys starting where no journey has recently finished, for example, journeys that collect children from schools. During the 1970s it saved over 100 buses for 12 companies, with an average saving of nearly 10 percent, after taking account of the computer's suggestions for retiming journeys. Versions of

VAMPIRES, which scheduled several depots and several different vehicle types, simultaneously were developed through the 1970s, but were not often used. More recently, the VAMPIRES algorithm has become the standard scheduling process for many operators. *Direct* savings are no longer regularly expected, because its earlier use has eliminated inefficient operations, but it has become a valuable tool in assessing alternative patterns of operation, allowing advantage to be taken of possible new route structures, thus yielding *indirect* savings. Its power of showing how vehicles can be saved by minor retimings and other adjustments to journeys still leads to *induced* savings. The VAMPIRES algorithm is now incorporated in the BOOST bus-scheduling module, part of the Schedules Office comprehensive scheduling system. A recent application is described in [3].

In the late 1970s it was suggested to the author that VAMPIRES might be complemented by a simpler system, which assisted in developing timetables and schedules for individual bus routes or groups of related routes. The TASC system [4] was intended to be much faster than VAMPIRES. It gave priority to linking arrivals with departures from the same terminus. Where there was no such departure it originally returned the relevant bus to the depot, but subsequently users asked that it should be extended to consider running buses dead to nearby points. Eventually, the extensions requested by users made the system so complex that it was not significantly faster than VAMPIRES, and it did not consider the whole range of dead running possibilities used by VAMPIRES. The scheduling component of TASC was therefore abandoned in favour of a simplified version of VAMPIRES.

It may be worth remarking that there are now many bus-scheduling systems that link arrivals and departures at individual points, leaving unmatched events to be treated manually. Such systems can be very fast, but do not provide the savings, which can be made by systems such as BOOST, which consider the full range of possible empty vehicle movements.

3. Driver scheduling

Bus and train driver scheduling problems are among the most difficult managerial problems to tackle using a computer. They belong to a class of problems known by mathematicians as NP-hard. This means that their complexity grows exponentially with the problem size. It is known that no method of solving an NP-hard problem to optimality will ever be found, except for the most trivially small problems.

However, many system suppliers regularly claim that their systems will produce optimal schedules. A supplier who says this is either ignorant of the mathematical nature of driver scheduling or is lying or both. Often their systems use very crude heuristics, which initially produce a few efficient drivers' shifts, but cannot piece together all the elements of vehicle work to form an overall good schedule.

Other recent systems, particularly for train driver scheduling, use constraint programming to develop schedules. It is claimed

that this approach is very fast. Constraint programming can quickly evaluate individual shifts, and can complete a crude schedule. However, it is unlikely that a constraint programming approach will ever satisfactorily solve complex bus or train driver scheduling problems because of the inherent complexity of an NP-hard problem. Nevertheless, suppliers of such systems continue to persuade gullible managements that they should spend large sums of money on these products.

The author knows of two British railway companies that decided some years ago to spending several million pounds on new driver scheduling systems. In at least one case, and probably in both cases, the chosen system was based on constraint programming. Each supplier had promised that the system would meet all the company's scheduling needs, and that it would be operational within six months. Neither company made any attempt to evaluate the quality of the algorithms offered by the suppliers.

The schedulers of one of the companies had taken part in the author's own research in the summer of 1995. Schedules had been produced by our fully automatic scheduling system, which saved two drivers' shifts in a group of 169 existing shifts. The schedules manager had accepted these, and he and his staff were keen to adopt our system. Higher management in the company decided to issue an invitation to tender, and an international firm of consultants was employed to draw up a systems specification. A number of organisations submitted proposals addressing the specification, and the schedules staff favoured a consortium including the author.

We were probably the only proposers who had experience of driver scheduling. We stated that we could provide a system capable of producing good driver schedules within six months, but that another year would be required to meet all the requirements of the specification. (Most of these were irrelevant to scheduling as practiced within the company.) The contract was awarded early 1996 to the firm, which had drawn up the specification. It is understood that the main reason for their preferment was that they had claimed that they could meet the company's full requirements for an automatic system within six months.

Four years later it is acknowledged that the system will never be fully automatic. It will be an interactive tool to assist the schedulers in their decision-making. It is still incapable of working on some of the lines operated by the company. The costs have exceeded the budget by several million pounds.

The other train-operating organisation issued an invitation to tender, having been approached in the first instance by an international consultancy. The author was unsuccessful in his attempts to obtain details of the tender, and the contract was awarded in 1996 to that consultancy. Subsequently, the author met a representative of the consultancy, who explained that they would use constraint programming to produce schedules very quickly. He claimed that this was far superior to the mathematical programming methods successfully used by the author and his colleagues. Although an international expert on constraint programming who

also had experience of driver scheduling refuted this claim, the consultancy persisted in this approach. Four years later, the system has not yet been accepted.

By contrast, the United Kingdom's largest bus group has recently decided to purchase a scheduling system for all 26 of its operating companies. Each company had its own set of scheduling conditions. Before making a decision, proposers were invited to take part in extensive tests. These were based on the schedules of one particular operating company, but several different scenarios were presented, representing the most complex sets of conditions from the whole group. Five proposers indicated an interest in the tests, as a result of which three were eliminated. The remaining two completed further tests. The final choice was made partly on the quality of the results, and partly on the perceived ability of the proposers to meet any future requirements. It is believed that only the successful bidder was prepared to discuss the nature of the underlying algorithms. Installation of the system started earlier this year, and significant operating savings have already been demonstrated. The selection process has been described by the group's schedules development manager [5].

Another system, which has been acquired by train companies in more than one country, is based on a process that at first, appears to search through all possible combinations of schedule portions. However, our knowledge of problem complexity tells us that this is impossible in any but a very small problem instance. In fact, this system starts by assembling some apparently good shifts, using the most efficient combinations of pieces of work. However, as the system proceeds, it becomes more and more difficult to form good shifts, and the overall quality of automatically produced schedules is poor. However, this same system working in an interactive mode has proved to be a useful tool for the scheduler whom does not have access to a good automatic system, in assisting the evaluation of possibilities as the schedule is built up.

Recently the author has learned that a major European rail operator is considering a system offered by a well-known international transport organisation. The system supplier is believed to claim that a large schedule will be produced in ten seconds. It is possible that this can be done. It is even possible that the schedule produced in ten seconds will be better than that currently operated by the railway. However, this is likely to be the result of an inefficient and poorly integrated existing schedule. It is very unlikely that a schedule produced by a system in ten seconds will be as good a schedule produced by a system that uses state-of-the-art scheduling software.

4. Successful driver scheduling

In the previous section some problems in the selection of a driver-scheduling system have been outlined. therefore, one may ask: What distinguishes a good driver-scheduling system?

Recall that a driver-scheduling is NP-hard. No system can therefore guarantee to produce an optimal solution to a large problem.

Potential users should therefore be suspicious of anyone who claims optimality. Likewise, no purely mathematical method will solve the problems. All present successful driver-scheduling systems combine mathematical processes with heuristics, which cut down the size of the search space. Sometimes system suppliers boast of their mathematical systems while suppressing the role of the heuristics, but this is unfortunate, as the quality of the heuristics and the way in which they are used determine the quality of the ultimate result. It is even possible that at some future date a successful system may be based entirely on metaheuristics.

If the author were an impartial advisor to a company choosing a bus or train driver-scheduling system, he would recommend close examination of only three existing systems: one from North America, and two from Europe. All use mathematical processes combined with a greater or lesser extent of heuristics. The process of choosing a system should include comprehensive tests involving the most complex scenarios likely to be met. The selectors should insist on learning something about the underlying algorithms, and if necessary, should employ an operational research analyst to evaluate them.

It is important that the developers of any driver-scheduling system should themselves have a good understanding of the operation of the relevant transport mode and should be aware not only of the possible algorithms to be used, but also, of the finer details of schedule operations. The selectors should therefore satisfy themselves of the competence of the individuals involved in the development and maintenance of the system.

The driver-scheduling systems (IMPACS and TRACS II) developed by the author and his team are in use in many transport organisations and are outlined in a parallel paper (Wren, 2000). They start by generating a very large number of potential drivers' shifts, which between them cover all the vehicle work many times over. In principle there would usually be many billion different potential shifts, so heuristics are used to restrict the generation to perhaps 100,000 potential shifts in TRACS II. A mathematical programming process then selects a near-optimal subset of these shifts, which between them provide a complete schedule.

IMPACS was first installed for London Transport Buses in 1984, and it is still used to produce all driver schedules for most of the current London bus operators. It was subsequently installed for many other bus companies, and some rail operators. It has now been superseded by TRACS II, which is being used by an increasing number of bus operators. In every case significant savings have been achieved when compared with manually produced schedules.

An important use of a driver-scheduling system is in the evaluation of alternative operating scenarios. In preparation for the privatisation of British Rail, the whole organisation was divided into 25 Train Operating Companies (TOCs). Many of these TOCs decided to adopt more flexible scheduling practices than were allowed by the former national scheduling rules. However, it was not clear how much any proposed alteration would actually cost or save. About half of the TOCs used TRACS II in the period 1995-6. The system was used first to produce schedules based on the existing timetable and using the current scheduling rules. In each case, TRACS II produced acceptable schedules, which were considerably cheaper to operate than the existing ones. A number of different possible operating rules were then provided to TRACS II, and the results were compared with the schedules produced according to the current rules. In this way, each TOC was able to agree to a new set of rules to suit its own operating conditions.

5. Conclusion

Computers processes can play a valuable role in ensuring that transport is based on efficient schedules. They can produce schedules for direct operation, saving considerable sums, and can also quickly show the costs of alternative operating scenarios. However, use of a computer in itself does not guarantee an efficient schedule. There are poor computer methods, often marketed by major international organisations. A potential purchaser of a system should carefully investigate the quality of algorithms used and should ensure that the potential supplier has a real knowledge both of transport scheduling and of suitable algorithms.

References

- [1] WILSON, N. H.M. (ed.): *Computer-Aided Transit Scheduling*, Springer-Verlag, 1999.
- [2] WREN, A.: *Heuristics ancient and modern; transport scheduling through the ages*. J. Heuristics, vol. 4, pp. 87-100, 1998
- [3] WREN, A. and KWAN, R. S. K.: *Installing an urban transport scheduling system*. J. Scheduling, vol. 2, pp. 3-17, 1999.
- [4] SMITH, B. M. and WREN, A.: *VAMPIRES and TASC: two successfully applied bus scheduling programs*. In Wren, A. (ed.), *Computer scheduling of public transport*, pp. 97-124, North-Holland, 1981.
- [5] MEILTON, M.: *Selecting and implementing a computer aided scheduling system for a large bus company*. Presented at CASPT-2000, the 8th International Conference on Computer Aided Transit Scheduling, Berlin, 2000.
- [6] WREN, A.: *Mathematics, heuristics and metaheuristics in public transport driver scheduling*. Presented at MI 2000, Conference on Management and Informatics in the New Millenium, Žilina, 2000.

Radek Novák *

RIADENIE PROGRAMU VÝVOJA DOPRAVNEJ INFRAŠTRUKTÚRY V ČESKEJ REPUBLIKE

MANAGEMENT OF THE TRANSPORT INFRASTRUCTURE DEVELOPMENT PROGRAMME IN THE CZECH REPUBLIC

Článok sa zaoberá problémami dopravnej infraštruktúry v Českej republike vo všetkých odboroch a druhoch dopravy. Sú v ňom objasňované náležitosti a princípy základného národného projektu „Program rozvoja dopravnej infraštruktúry v Českej republike“. Ide o základný prierez týmto materiálom. Článok vychádza z rozličných materiálov a dokumentov rôznych úrovní riadenia najmä z materiálov Ministerstva dopravy a spojov ČR. Tieto dokumenty sú v „Programme“ sumarizované. Základná pozornosť článku je venovaná budúcim potrebám prestavby a modernizácii dopravnej infraštruktúry v ČR, najmä cestnej a železničnej dopravnej sieti. V článku sú tiež uvedené niektoré údaje o infraštruktúrnych problémoch riadenia verejnej, mestskej a leteckej dopravy.

The article deals with problems of the transport infrastructure in the Czech Republic in all branches and modes of transport. There are discussed some details of the essential principles of the global national project “Transport Infrastructure Development Programme in the Czech Republic”. This is the principal focus of this article. The article is based on various materials and documents of different management levels – especially those of the Ministry of Transport and Communication of the CR. These documents are summarised in the Programme. The article is focused mainly on the explanation of the future trends of rebuilding and modernisation of the transport infrastructure in the CR, especially in terms of road and railway networks. But there are also some comments on the problems of inland waterways development, municipal public transport and air transport.

The Main Characteristics of Transport Network in the CR

The infrastructure position of the Czech Republic (CR) at present represents a total of 9 430 km of rail lines of which 1940 km are double-tracked and multiple-tracked. About third of the rail lines have been electrified (the first of them before World War II by the electric system of 1500 volts). After WWII there was a big explosion of electrification at the system of 3.000 volts and in the end of the 1950s electrification on alternating current of 25 kV by 50 Hz frequency started. The density of rail lines in CR amounts to 0.119 km/km² of the territory, and in comparison with average density in EU countries (0.50 km/km²) it is more than twofold. The road network comprises 498 km of motorways, 304 km of expressways and 54 613 km of other roads in exploitation. The length of motorways less than only one percent of the total length of roads in the country. Almost ten percent of all traffic performances are achieved on motorways. The basic problem of present management of built up road infrastructure in CR is absence of the connection of our motorways with the West-European network. As of spring 2000 the connection is only completed at the motorway border crossing of Rozvadov – Waidhaus (D 5 motorway). In the German territory the connection has not been finished (there is about 30 km motorway missing). The first class of roads, making about twelve percent of the total road lengths, provide for almost half of all traffic performances of the road transport. The road

density in CR is fully comparable with that of EU countries. But the motorway density in our country amounts to mere 6.3 km/1 000 km² of the territory, which roughly equals to a quarter of the average motorway density in developed EU countries (14.1 to 53.1 km/1000 km²). There are about 1.8 million people in the CR who are active in the field of transportation of goods and passengers. More of them are share in carriage of raw materials and products, but in the complementary services at all to (including forwarding management). The assets value involved in the transportation branch is higher than 350 billion CZK (in prices of 1989 year).

The Global Situation of the Czech Transport Infrastructure

Various analyses were done for the purpose of identifying the range and process of the management of construction of motorways and expressways. The analyses were monitoring not only the financial resources and possibilities of the construction, ecological aspects but the relations between the existence of high quality transport connections and the development of the country regions too. After the basic analyses it turned out that in the field of financing the capability of the area to absorb investments for such an investment intention plays very important role. For the management of future transport infrastructure programme in that case

* Dipl. Ing. JUDr. Novák Radek,

The Faculty of Law Charles University Prague, Department of Logistics University of Economics Prague, U Albrechtova vrchu 9, CZ-155 00 Praha 5, Tel./Fax: +420-2-652 47 92

and in terms of the environment was so clear: the motorway as a line compact construction represents for the landscape a certain confusion. However, the negative environmental impacts of all sides of its construction are minimised. Anyway in our conditions the motorways and expressways also have a positive impact on the health of the population. In this consequence we can think about impact of motorway construction for increased road safety. The statistics documents deduce the traffic on directionally separated roads is approximately four times safer than on classic two-lane roads. Next fact is the relation between the quality of a motorway network and the global economic power of the region. Each area or territory with a developed motorway infrastructure shows much better economic results in all branches of industry, business etc. Areas having contacts with motorways and four-lane expressways network have a higher rate of employment and are observed to have average wages too.

Background of the Transport Infrastructure Development Programme

Investments into the transport infrastructure in CR will pay off. On one hand, dense network of railways and roads covers CR's territory, but on the other hand, important railway lines are only under modernisation to achieve required technological parameters. The serious problem of transport infrastructure management represents especially low quality and bottlenecks on high capacity roads and motorways, which of course limits not only the needs movement of goods and people but also inhibits next development of resources of the Czech economy. In addition, the assessment prepared by the European Commission, in respect of CR application for EU membership, reflects that although the road network meets its total length it fails to offer enough high capacity roads and motorways which would meet the requirements of the increased road traffic of this time.

The CR government during midyear session of 1999, approved the "Project of the development of transport networks in the Czech Republic until 2010" which constitutes a basic obligatory document outlining future construction of all transport ways in the CR. This material provides completion of the modernisation and reconstruction of all important railway lines and deals with some long discussed questions about motorway network development of the future.

The Railway Infrastructure

For the management of Transport Infrastructure Developed Programme in CR analysis was done which was made in respect of the range and progress in the modernisation of the railway network. Based on such analyses the lines of greatest importance were among the four national railway corridors designed for the general reconstruction of such technological parameters which would ensure the next higher quality interconnection with neighbouring countries. The total length of these four railway national corridors is 1.962 km but the length of modernised railway lines

is only 1.442 km (because of some corridors). Within the scope of such rearrangement a complex reconstruction of the railway substructure and permanent railway (including railway bridges, selected tunnels and – if appropriate – new construction of the traction wire), will be carried out. However, our new modernised railway corridors will increase the speed of trains up to 160 km per hour (and in some parts up to 140 km per hour). The reference profile of corridors will be adjusted according to the AGTC (UIC GC) Agreement and the operation of goods wagons with axle load of 22.5 tonnes (D 4 class of loading). The implementation of intentions will safely ensure not only the lesser inconsistency of the railway infrastructure capacity with the demands for traffic carriage volume, but it will also satisfy the requirements of the increase in quality and – particularly – the higher speed and better quality of traffic safety. Apart from the modernisation of the most important railway lines, the implementation of the program of the electrification of lines, notably of internationally important lines, is envisaged. Since the year 2000, the reconstruction of other railway lines included in international agreements was started.

The railway objective on selected lines is to achieve maximum speed of 160 km/h in high quality international connection between Berlin, Vienna, Bratislava, Warsaw, Nuremberg, Munich and Linz. The consideration of national demands includes a fast and high quality connection between particular hinterland areas of CR.

Railway network development is designed, include necessary investment measures relating to the provision of transits through decisive railway junctions and stations, in parameters corresponding to lines leading to such nodes so that bottlenecks on modernised corridors are not created in the future. Particularly it is a case of the following nine railway junctions and stations situated on the corridor I: Decin, Praha, Kolin, Pardubice, Usti nad Orlici, Chocen, Ceska Trebova, Brno and Breclav. The provision costs of the transit amount to 34, 021.6 million CZK.

The rebuilding of the railway corridor II (Breclav – Prerov – Petrovice u Karvine with railway part Prerov – Ceska Trebova) which is 206 km long, will be completed in 2003, and the construction of the Prerov – Ceska Trebova leg will be completed two years later.

Separate from the modernisation of the most important railway lines, it is envisaged to implement the electrification program, especially for lines of international importance. After 2005, reconstruction of further lines included into international agreement will be launched. The reconstruction after 2010 will be considered with lines promising increased revenues from cargo transport.

The Road Infrastructure

A great assignment for transport infrastructure was to include individual motorway and expressway civil engineering projects into the time schedule. Transport demands a swift solution of the critical situation of existing road routes (namely within the space of large residential agglomerations), and for a high-quality road

connection between CR large residential agglomerations to ensure their economic development. Also the demand for a high-quality linkage of road communications in CR with the European transport network, in accordance with international agreements (is very important). Apart from these, construction of new lines of motorways and expressways should contribute to environment improvement in cities and communities affected by road transit.

Influenced by the current situation in development and decisions upon land planning, the top level of our State management must ensure quick construction of necessary buildings. The above mentioned decision taking process is influenced by the international institutions and organisations in the high degree. Nowadays, serious problem of the State and municipal management can be found in obtaining land-use decisions and rights to lands needed for the realisation of the construction according to applicable legislation. For instance it particularly concerns the possibility of immediate realisation especially: The road bypass of Praha, D 5 motorway bypass of Plzeň, R 3 expressway bypass of České Budějovice and some others.

For all levels of the CR state management, investment financing is the fundamental limiting element of further motorways and expressways construction. Time schedule is based on the assumption of possible increase in costs covered by the State budget (in the future, the State Transport Fund): in the period until 2002 in the amount of 10 % annually, from 2003 to 2010 about 15 % annually. The EU funds, the EIB credits and other resources are considered as complementary financial resources.

In the motorway construction the main attention of the State and municipal management is focused on:

- accelerated completion of the D 5 motorway around Plzeň (as soon as possible),
- the realisation of the D 8 motorway running along the European multimodal corridor IV (within the time schedule agreed with the FRG representatives),
- an early launching of the D 11 motorway construction towards Hradec Králové and later on in some decades, towards the Polish borders near Náchod, the construction of the D 47 motorway in the area of Ostrava
- the D 1 motorway towards Vyskov and Kroměříž.

So much discussed construction of the essential D 3 motorway is being suggested with respect to the condition of the preparation for launching the construction within the area of the Tabor agglomeration. In view of the financial resources considered so far for the construction of motorways, it will not be possible to put into service the entire planned motorway network.

In terms of expressway construction is the main attention is paid to the construction of the Praha bypass road, early completion of four-lane road and motorway connection between Praha, Brno, Olomouc and Ostrava region, including a linkage in Český Tesín with expressway to Warsaw (branch B of Helsinki multimodal corridor VI),

- completion of the four-lane expressway connection Praha – Liberec with a linkage to FRG and the construction of a radial expressway towards of Praha.
- in Moravia, as regards the construction of expressways, the main attention is focused on the completion of the R 35-road bypass around Olomouc and the improvement of the transport connection to Zlín agglomeration.

By 2010, having in mind limited financial resources, it is envisaged, to put only a smaller part of the range of planned, unfinished expressways into operation. In the interest of reducing the investment demands the construction by stages is considered to be implemented in halves with some expressways (for instance, R 7 Slaný – Chomutov, R 3 Krasnojarsk – state border).

The Inland Waterway Infrastructure

The development of the inland waterway transport is a very important precondition and a primary factor of the quality and range of the transport infrastructure. From this arises a task to ensure, on the existing Labe-Vltava waterway, improvement of the navigation conditions at the Ústí nad Labem – CR/FRG state border so that the same parameters may be achieved as with the following German stretch of Labe/Elbe. The suggested work time adjustments comprised the construction of two navigation projects. As regards other stretches of this existing waterway, the reconstruction and modernisation will be focused on gradual improvement of parameters of Labe-Vltava waterway. But only on the level approved for the Labe/Elbe river on the territory of Germany and its reliability, the provisions of the European agreement on waterways international importance to be successively applied. It is essential to improve the parameters of the Labe-Vltava waterway in the Ústí nad Labem – Melník stretch and the reconstruction of large locks. There is envisaged reconstruction into effective dimensions 150.0 x 22.0 m with the provision of the 2.2 m draught (it means the same parameters like in Germany). On the Labe in the section of Melník – Chvaletice is the great intention given to the height of bridges, replacement of the dynamic protection of the lock gates, reconstruction of the crash-barriers and construction of the lay-by points for vessels. The measures to increase navigation safety will be implemented on both Labe stretches. The Vltava river in the section Melník – Radotín should be adjusted step by step to the new parameters (of class V. a. of international classification standard) with the provision of the 2.2-m draught. The adjustment of the Horin lock is currently facing a rejecting standpoint of the Care of Historical Monuments. The design of the lock in Praha – Smíchov is in the same situation.

Great interests of the State and especially of the municipal management of regions are concentrated to the scope of the Labe navigability program to Pardubice. It should be enabled in case of future demand by connecting the already navigable sections between Chvaletice and Přelouč and ensuring the building of the Pardubice port. The implementation of such intention will enable the linkage of the East-Bohemian region to West-European waterway network contributing thus to the increase of the volume of

international transports and also to the increase of the attraction of our waterways for domestic and foreign investors naturally in case of proper demand for the transport traffic.

In the future there is an intention to let the Europe to build-up a connection of the CR to the Danube river (Danube has International River Status – on the contrary of Labe), by making the Morava waterway navigable, and by connecting the Ostrava agglomeration to the navigable Odra river.

But this project has strong international EU character.

The Municipal Transport Infrastructure

The present situation in the municipal transport market of the CR is represented by 19 transport companies operating in the municipal public transport. Most of them are joint stock companies with a 100 % of participation of the city. In addition to these large enterprises, there are also some private companies operating in this business. Annually, about 2 billion passengers are carried by municipal transport companies. In terms of infrastructure and vehicles, the State management takes part in development and reconstruction, namely in accordance with the Resolution of the CR's Government.

The investment actions concentrated on the construction of the Praha metro (subway) are relatively separate. Some structures and reconstructions of existing routes and present vehicles, which are considered for next years, are as follows:

- completion of the operational section IV of subway line B Ceskomoravská – Černý Most (finished in 2001)
- construction of the IV C subway line in the section Nadrazi Holešovice – Letňany (forecasted implementation in the period of 2000 – 2005)
- Depot Zličín (final completion of the building in 2003, already in progress)
- forecasted construction of the I D subway line Nove Dvory – Namesti Miru (in the period of 2005 - 2012)
- reconstruction and modernisation of buildings of the A subway line (especially the replacement of escalators and reconstruction of the block system - in the period of 1999 - 2007)
- procurement and renovation of metro vehicles comprising the reconstruction of existing exsoviet vehicles, purchase of new vehicles in terms of renovation, purchase of new vehicles for new metro lines (in the period of 2000 - 2010).

The management of city of Brno puts a great emphasis on realising new construction of the tram line in Brno, so called north - south diameter representing a non-collision separated network of the tram line in order to connect points with greatest passenger fluctuation.

In other Czech cities operating municipal transport systems, the plan envisaged for the future is to reconstruct existing or, if appropriate, construct new tram and trolley bus lines and tram or bus depots. It is the focus of particular municipal policies. This is

one of the basic problems which must be sorted out by the municipal management of the regions and cities.

The Air Transport Infrastructure

The transport infrastructure networks development at airports is focused especially on the reconstruction and modernisation of the clearance area at International Airport Praha-Ruzyně. Additional construction of buildings for CARGO and adjustments of both take off and landing runways are taking place as well. By this modernisation the airport capacity will be increased to 4.8 million passengers per year. At this moment, the existing capacity is fully exploited. After 2003, the reconstruction program of the airport capacity will be increased up to the forecasted capacity of 6.4 million passengers per year.

The following solutions are focused on improving the quality of such areas as passenger clearance, air traffic safety and maintenance of the aviation equipment:

- The construction of the Airport Terminal III (forecasted for the period of 2003 – 2005) especially represents extension of buildings.
- The Terminal IV should be extended by constructing of some additional runways.
- The extension of runway system in the way of construction parallel runway will start, when full utilisation of the existing runway system is achieved.
- The interconnection of the link-up of the airport with the municipal transport system is also important to improve. This should be achieved by construction of a speed rail line. The speed railway connection of Praha centre and Praha airport is discussed by both the management of the Ministry of Transport and Communication and municipal management nowadays.
- The new Cargo Terminal with capacity of 100 000 tones of handled cargo per year, was completed in May 1998. Another part of this Cargo Terminal is planned to be built on the same place in case of higher demand. Total planned capacity of cargo handled is estimated at 300 000 tones per year.

Complex development program of the transformation of the management, provision and control of the air traffic above the territory of the CR will be completed in 2000.

The Pedestrian and Bicycling Transport Infrastructure

Pedestrian traffic and bicycle transport represent inseparable parts of the transportation system because of the environmental protection. This program includes both construction of new cycling paths and adding special lanes for bikers to already existing roads. Of course, the long-distance international cycling paths EURO-VELO are included in the network too. The construction of this system should be financed namely by the community funds.



References

- [1] Public documents and materials of the Ministry of Transport and Communication of the CR, 1997 - 1999
- [2] "The rules of AGTC (UIC GC)", International Railway Union, 1997
- [3] The Government of the CR Resolution No. 741/99
- [4] ČERNOHLÁVKOVÁ, E., MACHKOVÁ, H.: "*International Trade Operations*", HZ, 1998
- [5] NOVÁK, R.: "*International Truck Transport*", Codex Bohemia, 1998
- [6] Magazines: - Doprava a silnice (The Transport and Roads), 1997 - 1999
- [7] Dopravní noviny (Transport Journal), 1998 - 1999
- [8] Tachograf, 1999

Jaroslav Král *

PROFIL NAJLEPŠEJ SVETOVEJ LOGISTICKEJ PRAXE

PROFILE OF THE BEST WORLD LOGISTICS PRACTICE

Článok sa zaoberá problematikou riadenia dodávateľských reťazcov, ktoré sú trendom v integrovanom logistickom riadení podnikov. Poskytuje syntetizujúci pohľad na prax riadenia najlepších svetových firiem. Charakterizuje dôvody vzniku dodávateľských reťazcov, podmienky realizácie a prostredie zdokonaľovania operácií. Zdôvodňuje význam informačných technológií, informačných systémov a miesto Internetu. Príspevok naznačuje, že najdôležitejším problémom v riadení dodávateľského reťazca je minimalizácia zásob.

1. Úvod

Prax modernej logistiky ako *formálnej disciplíny riadenia podniku* je stará len niekoľko desaťročí. Rozvoj logistického konceptu prešiel postupne týmito fázami:

- Logistika všeobecne ako pohybu materiálu/tovaru.
- Aplikácie integrovaných prístupov vo fyzickej distribúcii tovaru (vplyv marketingu) a riadenia materiálového hospodárstva (priemik operačného výskumu do priemyselného inžinierstva).
- Riadenie dodávateľského reťazca ako prístup proaktívneho riadenia každého aspektu dodávateľsko-odberateľských vzťahov, t. j. od dodávateľovho dodávateľa až k zákazníkovi.

Obsah pojmu dodávateľský reťazec značí prehlbenie „konceptu integrácie“ smerom navonok podniku a jeho rozšírenie o ďalšie firmy obsiahnuté v reťazci. Dodávateľia, zákazníci a tretia strana – poskytovatelia logistických služieb spoločne zdieľajú informácie a plány, a tak vytvárajú výkonný distribučný kanál s vyššou konkurenčnou schopnosťou. Tento kvalitatívne nový spôsob je založený na oveľa presnejšom a podrobnejšom riadení vzájomných vzťahov, než sa deje pri tradičnom pôsobení, založenom na reklame a propagácii.

Pri zužitkovaní strategických trhových príležitostí je dôležitá schopnosť podniku dôsledne využívať všetky dostupné zdroje. Vplyva tu má veľa faktorov. Sú to *externé vplyvy*, t. j. nové technológie, globalizácia a konkurencia. Patria sem tiež *interné* faktory ako štýl riadenia, firemná kultúra, ľudské zdroje a vybavenosť podniku. Pri rastúcej neurčitosti všetkých externých zdrojov musia firmy čo najvhodnejšie rozmiestňovať (v priestore a čase) všetky svoje interné zdroje.

Pre spoločnosti, ktoré sa dostali na čelo rozvoja logistického konceptu to neznamenal výbrať a jednoducho aplikovať logistickú

The paper deals with an issue of supply chain management that is a trend in integrated logistics enterprise management. It gives a synthesised view on current logistics management practice of the best World companies. It defines reasons of supply chains genesis, conditions of an implementation and environment of operations improvements. Also it justifies an importance of information technologies, information systems and the Internet place here. The paper indicates the most important problem for solving is supply chain inventory to be minimised.

1. Introduction

The practice of logistics as a *formal business management discipline* is only a few decades old. The evolution of the logistics concept has moved from

- logistics as the movement of materials/goods, through
- applications of integrated approaches of physical distribution (marketing influence) and materials management (management science influence), to
- Supply Chain Management as proactive management of every aspect of the supply chain, from the supplier's supplier to the customer's customer.

The term supply-chain management extends the “concept of integration” beyond the firm to all firms in the supply chain. Suppliers, customers, and third party logistics providers share the information and plans necessary to make the channel more efficient and competitive. This sharing is much more accurate and detailed than in traditional, more adversarial buyer-seller relationships.

There are many factors that impact how a company uses its resources to focus on strategic opportunity in the marketplace. Among them there are *external* issues such as new technology, globalisation, and competition. There are also *internal* factors, which include management style, culture, human resources, and facilities. A firm must place its available resources against the more uncertain external resources in effecting strategy.

Those companies choosing to be in the forefront of the logistics concept development did not simply stumble upon logistics or distribution as a strategy. Rather, they reviewed alternative ways of

* Ing. Jaroslav Král, CSc.

Faculty of Management Science and Informatics, University of Žilina, Moyzesova 20, SK-010 26 Žilina, Slovak Republic,
Tel.: +421-89-5134 125, E-mail: kral@fria.utc.sk

alebo distribučnú stratégiu. Najskôr museli dôsledne posúdiť alternatívne možnosti ako tvoriť skutočnú hodnotu pre svojich zákazníkov, dôjsť k poznaniu, že logistika oveľa viac vplyva na hodnotu, než iné podnikové procesy a funkcie a prijať toto rozhodnutie. V týchto firmách prešiel vývoj *integrovaného logistického riadenia* tromi všeobecnými fázami:

1. Orientácia na fyzickú distribúciu
2. Interné spájanie
3. Vonkajšia integrácia

Tretia fáza rozvoja, formovanie externých väzieb a spájanie, značí posun logistického konceptu na úroveň navonok cielených zmien. Bolo treba začať myslieť mimo rozsah vnútorných organizačných útvarov a hľadať efektívne vzťahy s

- dodávateľmi
- zákazníkmi
- tretou stranou

Tento principiálne odlišný spôsob správania bol ovplyvnený trvalým rozvojom týchto oblastí:

- Informačné technológie (IT) a elektronická výmena dát (EDI)
- Procesy Just-in-Time (JIT)
- Plánovanie distribučných zdrojov (DRP)

Zmeny v uvedených oblastiach priniesli rastúce poznanie a pochopenie vplyvu logistických operácií na výkonnosť, konkurenčnú schopnosť a náklady každého podniku.

Rozvoj a súčasné hodnotenie pôsobenia integrovaného logistického riadenia sa najlepšie zobrazí pojmom *zásoba*, pretože zásoby reprezentujú cca 50 % obežných aktiv typického podniku. Zvyčajne je približne 30 % celkových zásob na vstupe do podniku, 30 % v rozpracovanosti a cca 40 % sa nachádza v distribučnom reťazci. *Tradične predstavujú zásoby poistku, ktorá trom vnútorným materiálovým tokom zaisťuje ochranu pred neurčitým správaním tak zo strany dodávateľov, ako z hľadiska zmien požiadaviek trhu. V skutočnosti je dôležité si uvedomiť, že sú skôr ochranou neporiadku a nedostatkov vo firemnom riadení. Prirodzene sa preto treba sústrediť na reálne transformačné procesy, čo vedie k novému typu organizačného riadenia aj k uplatneniu odborníkov pre novú riadiacu profesiu – logistických systémových integrátorov.*

2 Riadenie dodávateľského reťazca – nový smer

Je zdokumentovaných viacero dôkazov súčasných marketingových trendov, ktoré významne vplyvajú na prax logistického riadenia. Dajú sa zhrnúť do dvoch pojmov:

- Čas odozvy na požiadavky trhu
- Riadenie dodávateľského reťazca

Čas odozvy na požiadavky trhu sa podľa povahy odvetvia a odlišnosti distribučných kanálov interpretuje rôzne. Ide o zovšeobecnené úvahy typu JIT („práve včas“), rýchla odozva (QS), reengineering podnikových procesov (BPR) a pod. Hoci sa z hľadiska aplikácie v konkrétnom prostredí javia uvedené pojmy ako vzájomne odlišné, majú jedno spoločné – je to *čas prenosu*, ktorý nadobudol charakter konkurenčného faktora. Rozdiel je len v tom,

bringing value to their customers and then decided that logistics offered more opportunity to impact value at the customer level than other business processes.

Companies have pursued three general stages in their evolution into *integrated logistics management*:

1. Physical distribution focus
2. Internal linkages
3. External linkages

External linkages, stage three of the evolution, shifted the logistics concepts to include externally focused change. Companies began to think “out of the organisational box” and searched for efficiencies in relationships with

- vendors,
- customers, and
- third parties.

The three continuous developments have influenced this “new thinking”:

- Information Technology (IT) and Electronic Data Interchange (EDI)
- Just-in-Time processes (JIT)
- Distribution Requirements Planning (DRP)

These transformations resulted from a growing recognition and understanding of how logistics processes affect the company's costs, performance, and competitiveness. Evolution and evaluation of integrated logistics management is best framed in terms of inventory, because inventory represents about 50 % of current assets for an average company. In a typical company, 30 % of total inventory is in the procurement, 30 % is in the operations, and about 40 % is in the physical distribution. *Traditionally, inventory is used as a buffer between the three internal materials flows to protect a company against markets and suppliers uncertainties. But in fact, it is important to sense that it protects organisational and management rigidities.* Legitimately, we can identify the transformation processes that led to a new management or employee profession, the logistics professional.

2 New direction – supply chain management

There is an ample evidence of two current trends that will significantly impact the practice of logistics management:

- Cycle-time-to-market
- Supply chain management

Cycle-time-to-market is variously interpreted in different industries and in different channels by different titles. It is becoming increasingly common to see considerations of JIT, Quick response (QS), business process reengineering (BPR), etc. Although these different terms usually have different meanings as they are applied in the marketplace, a thread of commonality runs through all – *the removal time* as a competitive factor. The major difference in the

na ktorý segment celkového objednávkového cyklu je orientovaná snaha po redukcii (napr. priebežná doba dodania materiálu, priebežné doby procesu navrhovania či procesov výroby alebo distribúcie). Úspešná realizácia uvedených snáh si žiada nadobudnúť nové vedomosti a zručnosti, realizovať nové organizačné formy a zaviesť novú metriku hodnotenia výkonnosti a efektívnosti vnútri firmy aj v rozhraniach medzi firmou a jej dodávateľmi, zákazníkmi a treťou stranou.

Riadenie dodávateľského reťazca je vyjadrením pre rovnaké úsilie a je ovplyvnené najmä doterajšou praxou logistického riadenia.

Do pojmu dodávateľský reťazec je vložená symbolika pevne vykonaných vzájomne zviazaných článkov – vnútorných a vonkajších organizačných jednotiek, ktoré formujú proces postupnej realizácie činností, prinášajúcich zákazníkovi úžitok v podobe

- nízkych nákladov a
- vysokej (pridanej) hodnoty

Koncept dodávateľského reťazca je priamo zviazaný s konceptom času cyklu a to spôsobom, kedy firmy rozvíjajú systém spojitosti toku zásob výrazne obmedzenej veľkosti, pričom často využívajú podporu zo strany logistických firiem („tretia strana“).

3. Definícia dodávateľského reťazca a podmienok realizácie

Zvyčajne sa pojmy logistika a riadenie dodávateľského reťazca považujú za synonymá. Súčasnosť vyžaduje všeobecnejšiu definíciu v tejto podobe: Logistika značí riadenie tokov materiálov, informácií a fondov od počiatočného dodávateľa materiálu ku konečnému zákazníkovi – spotrebiteľovi.

Definícia obsahuje tieto dôležité aspekty:

- (i) *Dôsledná koordinácia všetkých troch logistických zložiek*, t. j. materiálu (tovaru), informácií a fondov (zdrojov). Výsledkom je hladký priebeh všetkých operácií/činností a najmä zvýšená spokojnosť zákazníkov.
- (ii) *Riadenie zložitého dodávateľského reťazca vyžaduje*
 - *presné načasovanie prístupu k informáciám*, ktoré umožňujú rýchle a efektívne rozhodovanie;
 - *výroba musí byť optimalizovaná*, aby sa maximalizovali efektívnosť, odozva a výstupy z procesu;
 - *zásoby musia byť paradoxne redukované* na minimálnu úroveň, pričom treba plne dodržiavať dané požiadavky na obsluhu zákazníkov;
 - *distribúcia musí byť starostlivo plánovaná*, aby sa dostal správny produkt na správne miesto, a to v správnom čase a pri správnych nákladoch

Okrem toho, účinné riadenie dodávateľského reťazca vyžaduje zaistiť u zainteresovaných realizátorov nie jednostranný/uzatvorený, ale univerzálny pohľad. Odborníci, ktorí v riadení dodávateľského reťazca robia zásadné rozhodnutia, musia byť schopní všetko vidieť, čokoľvek zmeniť a vždy zvažovať každý aspekt dodávateľského reťazca. Znalosti a zručnosti týchto profesionálov musia byť orientované na navrhovanie, rozvoj a udržiavanie rozsiahlej (a neuspo-

terms for time reduction initiatives usually has to do with the segment of the total order cycle that is covered (e.g. cycle times for the vendor, the design process, the manufacturing process, the distribution process).

The elements required for success are new skills sets, new organisations, and new sets of corporate measurement metrics within the companies and at companies' interfaces with suppliers, third parties, and customers.

Supply chain management, the related trend, mainly impacts the practice of logistics management.

Using the term supply chain we describe a process whereby both internal and external units are forged together to bring for the customer

- low-cost and
- high-value performance

The supply chain concept is related to the cycle time concept in that the companies that develop a continuous flow inventory system frequently do so with a limited number of primary accounts, often using third-party logistics support firms.

3. Supply chain management and its conditions defined

Traditionally, supply chain management was synonymous with logistics. Today, it carries a broader definition encompassing the management of materials, information, and funds from the initial raw material supplier to the ultimate customer/user.

From the definition other consequences implicit:

- (i) *Co-ordinating all three logistics components* – materials/goods, information, and resources. It results in a much smoother operation and achieves greater efficiency while improving customer satisfaction.
- (ii) *Managing complex supply chain requires*
 - *timely access to information* that helps facilitate rapid and effective decision-making;
 - *production must be optimised* to achieve maximum efficiency, responsiveness, and throughput;
 - *inventories must be reduced* to minimum levels while still supporting customer service objectives;
 - *distribution must be carefully planned* to ensure that the right product is at the right place, at the right time, at the right cost.

In addition, effective supply chain management requires not closed/one-sided but a universal perspective. The supply chain professionals must be able to see everything, to change anything, and to consider all aspects of the supply chain when making major decisions. Knowledge and skills of these professionals must be oriented to design, develop, and maintain a set of relationships both within and outside the company. The ability to manage between

riadanej) množiny vzájomných vzťahov tak vnútri, ako navonok danej spoločnosti. Interfunkcionálna schopnosť riadiť sa stáva najvýznamnejšou kompetenciou riadenia ktorejkoľvek podnikovej funkcie. Schopnosť dosiahnuť konsenzus medzi skupinami ľudí v rôznych organizačných útvaroch je oveľa dôležitejšia než tradičné funkcionálne riadiace zručnosti. Popritom schopnosť riadiť v medzinárodnom podnikateľskom prostredí je dôležitejšia než kompetencie koordinovať operácie v domácej krajine.

4. Význam dodávateľského reťazca

Je isté, že v krátkom čase už nebudú medzi sebou súťažiť jednotlivé firmy, ale konkurenčný boj bude prebiehať na úrovni dodávateľských reťazcov [3]. Každá väzba v dodávateľskom reťazci musí byť mimoriadne silná. Vyžaduje si to výber a uzatváranie vzťahov len s najlepšimi a budovanie takých podnikových systémov a procesov, ktoré umožňujú rýchly a efektívny tok produktov, informácií a zdrojov. S cieľom podporovať vzťahy a budovať kvalitatívne nové procesy spolupráce, spoločnosti plánujú využitie Internetu nielen pre elektronický obchod v marketingu a predaji. Úplná stratégia dodávateľského reťazca by mala obsahovať

- požiadavky na obsluhu zákazníkov
- usporiadanie siete výrobných závodov a distribučných centier
- plánovanie a riadenie zásob
- outsourcing a vzťahy s poskytovateľmi logistických služieb
- vzťahy s kľúčovými zákazníkmi a dodávateľmi
- podnikové procesy
- informačné systémy
- organizačné usporiadanie
- požiadavky na zaškolenie a vzdelávanie
- metriku hodnotenia výkonov a výkonové ciele

Z hľadiska realizácie podnikových cieľov viacero výskumov identifikovalo obsluhu zákazníkov a ich spokojnosť za kľúčovú. Pre zvyšovanie spokojnosti zákazníkov sa musia spoločnosti transformovať na zákaznícky orientované organizácie s podnikovými procesmi riadenými výkonnou informačnou technológiou, ktorá zdokonalí plánovanie a riadenie dodávateľského reťazca. Už niekoľko rokov je toto úsilie zamerané na implementáciu počítačových systémov na báze ERP (plánovanie podnikových zdrojov). V súčasnosti sa pozornosť venuje hľadaniu rovnováhy medzi investovaním do ERP systémov a prínosmi zo získavania integrovaných informácií, ktoré by malo priniesť redukciu celkových nákladov a aktiv v dodávateľskom reťazci.

Redukcia nákladov je hlavným cieľom väčšiny prípadov formovania dodávateľských reťazcov. Pozornosť je sústredená na znížovanie celkových nákladov dodávateľského reťazca, namiesto na funkcionálne náklady alebo redukcie mzdových nákladov. Tieto aktivity sa sústreďujú do rôznych oblastí, od problematiky zaistovania zdrojov k „štihlej“ výrobe, za účelom usporiť na distribučných operáciách. Pokiaľ sa tieto aktivity analyzujú, možno zistiť tieto zásadné prekážky realizácie:

- nedostatok systémovej integrácie
- nízka systémová funkčnosť dodávateľských reťazcov
- súperenie tzv. „vyšších priorít“
- rozsah potrebných zmien

functions is becoming as important as the ability to manage within a function. The ability to develop a consensus across function groups will become more important than the traditional functional management skills. Also, the ability to manage across national borders may become more important than the ability to manage in the home country.

4. Supply chain highlights

No longer will companies compete against other companies, but total supply chains will compete against other supply chains [3]. Each link in the supply chain must be as strong as possible. This requires selecting and partnering with the best companies at each stage of the supply chain and building business systems and processes that enable rapid and efficient flow of products, information, and funds. To support partnerships and build new collaborative processes, many companies plan to utilise the Internet not only for e-commerce (marketing and sales). A comprehensive supply chain strategy should include

- customers service requirements
- plant and distribution centres network design
- inventory management
- outsourcing and third-party logistics relationships
- key customers and key suppliers relationships
- business processes
- information systems
- organisational design
- training and education requirements
- performance metrics and performance goals

Many surveys identified customer service and satisfaction as the key to achieving corporate objectives. To enhance customer satisfaction, companies are creating customer-focused organisations with business processes that leverage technology to improve supply chain planning and execution. Recent efforts many of projects were conducted in parallel with the implementation of an ERP (Enterprise Resources Planning) system. Today, companies are looking to leverage their ERP investment and the integrated information that it provides to reduce costs and assets across the supply chain.

Costs reduction is the focus of many supply chain initiatives. The attention has been refocused from traditional functional and labour cost reduction to total supply chain cost reduction. These activities range from sourcing to lean-manufacturing to streamlined distribution operations. Analysing those efforts of companies we can see significant barriers:

- lack of systems integration
- lack of functionality in supply chain systems
- competing “higher priority” initiatives
- magnitude of change required
- cross-functional blocks
- conflicting performance metrics

- bariéry medzi organizačnými funkciami
- rozpory v metrike hodnotenia výkonu

5. Operácie v dodávateľskom reťazci – oblasti zdokonaľovania

Pri formovaní dodávateľského reťazca zahrnutím zákazníkov a dodávateľov je kľúčovým problémom podpora rozhodovania v zásobovaní, vo výrobe, udržiavaní zásob a riadení objednávok. Pokiaľ viacerí zákazníci a niektorí dodávateľia majú záujem zvyšovať výkonnosť, len málo z nich je ochotných vzájomne zdieľať riziká a vedomostné know-how.

Bez presného poznania, čo podnik očakáva a čo chce dosiahnuť, je ťažké navrhnuť správne nástroje hodnotenia výkonnosti a efektívnosti. Metriku hodnotenia možno rozdeliť na tieto časti:

- Orientované na aktíva*
 - obrátka zásob
 - obrátka aktiv
 - využitie výrobných kapacít
 - zastarávanie zásob
 - využitie vozového parku
- Orientované na zákazníka*
 - včasnosť odoslania
 - včasnosť dodania
 - spokojnosť zákazníka
 - presnosť prognózy
 - ukazovateľ uspokojenia objednávky
 - presnosť faktúry
 - objednávkový cyklus (priebežná doba plnenia objednávky)
- Orientované na finančné ukazovatele*
 - výrobné náklady (hrubý zisk)
 - transportné náklady (ako % z tržieb)
 - priebežná doba úhrady faktúr
 - náklady interného dodávateľského reťazca (ako % z tržieb)
- Iné*
 - stratové časy pri nehodách a konfliktných situáciách
 - produktivita práce
 - fluktuácia pracovníkov
 - plnenie plánu výroby

Prieskum charakteristík výkonnosti a efektívnosti naznačuje, že súčasné výkonové metriky sú vo viacerých organizáciách nezlučiteľné s ich zámermi a cieľmi – neexistujú žiadne väzby pre overovanie a monitorovanie operácií v dodávateľskom reťazci.

Plánovacie činnosti možno považovať za najvýznamnejšiu oblasť zdokonaľovania. Dôležité plánovacie a riadiace zložky v dodávateľskom reťazci sú tieto:

- plánovanie a prognózovanie dopytu
- plánovanie a optimalizácia dodávateľského reťazca
- systémové riadenie
- plánovanie a riadenie zásob
- riadenie objednávok
- zaistovanie zdrojov/zásobovanie a nákup
- riadenie distribučnej siete

5. Supply chain operations – improvement areas

Extending the supply chain (to include both customers and suppliers) is key in helping a company make decisions around procurement, production, inventory, and order fulfilment. While many customers and some suppliers are committed to pursuing higher levels of performance, they are less willing to share knowledge and risk.

Without knowing exactly what the company expects to accomplish overall, it may find difficulty to devise the right performance measurement tools. We can divide measurement metrics to these parts:

- Asset focused*
 - inventory turns
 - return on assets
 - plant capacity utilisation
 - inventory obsolescence
 - fleet utilisation
- Customer focused*
 - on-time shipment
 - on-time delivery
 - customer satisfaction
 - forecast accuracy
 - order fill rate
 - invoice accuracy
 - order cycle time
- Financial focused*
 - manufacturing costs (gross margin)
 - transportation costs (as % of sales)
 - cash-to-cash (cycle-time)
 - internal supply chain costs (as % of sales)
- Other*
 - lost time accidents
 - labour productivity
 - employee turnover
 - production plan achievement

A review of the type of performance measures revealed that current performance metrics of many organisations may not be aligned with their goals - many companies do not have a strong set of performance metrics for assessing and monitoring their supply chain.

Planning activities can be identified as the most important areas for improvement. The planning elements and other important management areas of the supply chain may be divided to

- demand planning and forecasting
- supply chain planning and optimisation
- systems management
- inventory management
- order management
- sourcing/purchasing and procurement

- obsluha zákazníkov
- riadenie skladového hospodárstva

Realizovaný prieskum [4] naznačuje, že niektoré prvky ako riadenie transportných operácií, riadenie výroby a riadenie pracovných vzťahov nevyžadujú z hľadiska potrieb zlepšovania mimoriadnu pozornosť.

6. Dodávateľský reťazec a informačné technológie

Zvyšovanie presnosti, včasnosti a zdokonaľovanie toku informácií je nutnou podmienkou optimalizácie operácií realizovaných v dodávateľskom reťazci. Úlohu informačných systémov a IT pri prenose informácií možno považovať za veľmi dôležitú. V súčasnosti sa javí rozpor medzi očakávanými a skutočnými výsledkami ERP implementácií – efektívnosť inštalácií ERP systémov je zatiaľ nízka. ERP systémy (podobne ako v minulosti manažérske informačné systémy) sú efektívne len v oblastiach finančného riadenia a účtovníctva. Ľudia im nerozumejú lebo nemajú potrebné vedomosti, vzdelanie a zaškolenie. Z týchto dôvodov každá organizácia musí dať možnosť svojim zamestnancom, aby sa dôkladne oboznámili s touto technológiou spracovania informácií.

Aby sa dosiahla optimálna výkonnosť úroveň dodávateľského reťazca, sú kľúčovou oblasťou zdokonaľovania plánovacie činnosti. Neprekvapuje, že efektívnosť ERP systémov v plánovaní a ich prevádzkovaní vedie k hľadaniu aplikácií, ktoré podporujú plánovacie funkcie. Vyriešením tejto problematiky možno očakávať tri hlavné výhody:

- Zlepšenia služieb zákazníkom
- Znižovanie úrovne celkových zásob
- Znižovanie celkových nákladov dodávateľského reťazca

Špecifickú úlohu pri zdieľaní informácií zohráva Internet. Tu je dôležitý proporcionálny rozvoj priameho spojenia s dodávateľmi, zákazníkmi a ďalšími partnermi. Bežný slovník dodávateľského reťazca obsahuje tieto pojmy: e-commerce (elektronický obchod), e-procurement (e. nákup) a e-business (e. podnik). K primárnym aplikáciám Internetu dochádza najskôr v marketingu, pri obsluhu zákazníkov a v elektronickom riešení finančných transakcií. Následne sa rieši nákup, príjem objednávok a dopĺňanie zásob.

7. Organizácia dodávateľského reťazca

Riadenie dodávateľského reťazca zďaleka nepatrí len do rúk vrcholového manažmentu. Výkonní riaditelia väčšiny spoločností nemajú zodpovednosť za ucelené procesy, ktoré vplývajú na výkonnosť dodávateľského reťazca. Zvyčajne sú zodpovední za parciálne oblasti/funkcie, ako

- zásobovanie/zaistovanie zdrojov
- plánovanie a riadenie zásob
- plánovanie a prognózovanie dopytu
- riadenie skladového hospodárstva
- riadenie prepravy/dopravy
- riadenie distribučnej siete

- distribution network management
- customer services
- warehouse management

From Král's survey [4] the elements as transportation management, labour management and manufacturing seem to require only a little improvement.

6. Supply chain and information technology

Improving information accuracy, timeliness, and flow across the supply chain is viewed as necessary to optimise supply chain operations. The role of information systems and IT to facilitate information sharing ranked among critical or very important. It appears the big gap between anticipated and the actual results of ERP implementations - the effectiveness of ERP systems installed in companies are low. ERP systems seemed most effective only in the areas of financial management and accounting. Many people do not understand them (they have not appropriate knowledge, skills and training) and to achieve maximum benefits, the organisation must be able to align its people and processes with the new technology.

Supply chain planning activities were identified above as the top improvement area for achieving optimal supply chain performance. It is not surprising that the effectiveness of ERP systems for supply chain planning and execution has led to look elsewhere for applications that will support these functions. After solving of the issues we can expect three primary benefits:

- Tangible improvement in customer service levels
- Decreasing of total inventory levels
- Decreasing of total supply chain costs

Specific task of companies is using the Internet to share information. Here it is important to set down proportional development also for the direct connection with suppliers and other business partners. Supply chain vocabulary includes these terms: e-commerce, e-procurement, and e-business. Primary applications for Internet technology are marketing, customer services, and electronic funds transfer. Other growing applications include purchasing, order entry, and inventory replenishment.

7. Supply chain organisation

Supply chain management is not only a work of a senior level or CEO. The supply chain executive in many companies does not have responsibility for all functional areas or processes that impact supply chain performance. The supply chain executive holds traditional responsibilities, such as

- purchasing/sourcing
- inventory management
- demand planning and forecasting
- warehouse management
- transportation/fleet management
- distribution network management

- medzinárodná logistika (export/import)
- reverzná logistika
- informačné systémy dodávateľského reťazca
- plánovanie a rozvrhovanie výroby
- obsluha zákazníkov
- riadenie a spracovanie objednávok

Celkom nový pohľad preto treba najskôr vniesť do firemnej kultúry a štýlu riadenia, ktorý sa zameria na delegovanie právomocí a zodpovednosť radových zamestnancov.

8. Záver

Keď bežný človek rozmýšľa nad slovným obratom „e-commerce“, predstavi si určitý štandard: Webové stránky plné zlacneného tovaru, vyhľadávanie zdrojov, ktoré mu umožňujú porovnávať ceny v rôznych častiach krajiny či vo svete, pohotovité dodanie do domu za deň alebo niekoľko hodín.

Podobný jav možno aplikovať aj vo výrobných podnikoch, kde takisto sa dá získať reálny zdroj, ktorým sa riadi rozvoj e-business: je to elektronický obchod podnik podniku (B2B, Business-to-Business). B2B aplikácie voľného trhu, webové metódy a pod. umožňujú globálnym spoločnostiam vybudovať široké obchodné spoločenstvá. Výsledkom je rast výkonnosti dodávateľských reťazcov, znižovanie logistických nákladov a stupňovanie spolupráce medzi firmami. Vo väčšine veľkých výrobných podnikov už transformácia na dodávateľský reťazec prebehla alebo sa zvažuje jej začatie. Doterajšia skúsenosť ukazuje, že viaceré spoločnosti, ktoré vyvíjajú B2B stratégiu zabudli na vplyv tejto iniciatívy na organizačné usporiadanie a ľudí. Technologické vplyvy nie sú typicky jednosmerné, ale zahŕňajú zamestnancov a predajcov. Treba poznamenať, že pri budovaní B2B systému, ktorý je jadrom stratégie elektronicky riadeného dodávateľského reťazca, treba súbežne vyvinúť jasnú taktickú víziu ako zamestnanci, dodávatelia aj predajcovia budú používať celkom novú informačnú architektúru.

Článok má väzbu na fakultnú grantovú úlohu „Systémy podpory rozhodovania v riadení dodávateľského reťazca“. Je tiež podporovaný pilotným projektom „Celoživotné vzdelávanie v logistike“ programu Leonardo da Vinci, ktorý autor rieši v spolupráci s Electricity Supply Board, Dublin, Írska republika a ďalšími partnermi v Grécku a Španielsku.

- international logistics (export/import)
- reverse logistics
- supply chain information systems
- production planning and scheduling
- customer service
- customer order management

A new look needs new organisational culture and management style oriented to delegation of competencies and responsibilities to employees.

8. Conclusion

When the average person thinks of the phrase “e-commerce,” certain now-standard images come to mind: web pages full of discounted merchandise, search engines that allow one to compare prices across a country or throughout the world, expedited shipping that brings a purchase home in days or even hours.

Take these the same scenes, however, and apply them to a multimillion-crowns manufacturing company and you have the real engine driving the growth in e-business: Business-to-Business (B2B) e-commerce. B2B applications such as FreeMarkets, WebMethods and many others allow global companies to build extended commerce communities. As a result, supply chain efficiencies are increased, logistics costs are decreased, and inter-firm collaboration is enhanced. Most major manufacturing companies are either involved in this type of supply chain transformation already or considering starting one in the near future. Experience shows that when many companies develop their B2B strategy they forget to consider the impact of the initiative on the organization and the people. Impact is not usually in one direction - technology on employees or vendors/partners. Like the applications themselves, the impact is bi-directional. By that it means that when a company makes a true B2B system - the heart of its e-Supply Chain Management (eSCM) strategy, it must concurrently develop tactical vision of how its employees, vendors, and suppliers will use this new information architecture.

The paper was created through the Faculty Scientific Grant “Decision Making Support Systems in Supply Chain Management”. Also it is supported by Leonardo programme - “Life - Long Learning in Logistics” project, solved in co-operation with Electricity Supply Board, Dublin, Ireland and other partners from Greece and Spain.

Literatúra – References

- [1] JOHNSON, J. C., at al.: *Contemporary Logistics*. Upper River Saddle, Prentice-Hall, 1999
- [2] BLY, R. W.: *Business-to-Business Marketing*. New York, NTC Business Books, 1998
- [3] Energizing the Supply Chain. Deloitte Consulting, 1999
- [4] KRÁL, J.: *The Best World Logistics Practice and Its Training Implication*. Žilina/Dublin, The survey of Faculty of Management Science and Informatics/Electricity Supply Board, January 2000, Contract No.: IRL/98/2/06137/PI/II.1.1a/CONT, 16 ps.
- [5] KRÁL, J.: *Quality = Productivity: a Management Paradigm*. In: Zborník z medzinárodnej konferencie Súčasné trendy v manažmente, Bratislava, Fakulta Managementu Univerzity Komenského 1. - 2. Októbra 1998, pp. V62-64
- [6] KRÁL, J.: *Total Quality Management in Logistics*. In: 10th International Scientific Conference 5th Section Quality and Efficiency of Services, Žilina 9. - 11. September 1998

- [7] KRÁL, J.: *Benchmarking - Methodology of Quality and Productivity Improvements for Logistics Operations*. In: Zborník 1. Medzinárodnej konferencie Logistika '98, Prešov, Fakulta výrobných technológií TÚ Košice 18. ÷ 19. júl 1998, pp. 98-101
- [8] KRIŽANOVÁ, A.: *La politique de marketing des entreprises de services et ses conditions en Slovaquie*. In: Práce a štúdie F-PEDAS, volume 9, Žilina, ŽU 1998, pp. 67-71
- [9] ROBESON, J. F.: *The Logistics Handbook*. New York, Free Press, 1994, pp. 47-50

POKYNY PRE AUTOROV PRÍSPEVKOV DO ČASOPISU KOMUNIKÁCIE - vedecké listy Žilinskej univerzity

1. Redakcia prijíma iba príspevky doteraz nepublikované alebo inde nezaslané na uverejnenie.
2. Rukopis musí byť v jazyku slovenskom a anglickom (týka sa autorov zo Slovenska). K článku dodá autor **resumé** v rozsahu maximálne 10 riadkov v slovenskom a anglickom jazyku).
3. Príspevok prosíme poslať: **e-mailom**, ako prílohu spracovanú vo Worde, na adresu *holesa@nic.utc.sk* alebo *polednak@fsi.utc.sk* príp. *vrablova@nic.utc.sk* alebo **doručiť na diskete 3,5** vo Worde a **jeden výtlačok** článku na adresu Žilinská univerzita, OVAV, Moyzesova 20, 010 26 Žilina.
4. Skratky, ktoré nie sú bežné, je nutné pri ich prvom použití rozpisovať v plnom znení.
5. Obrázky, grafy a schémy, pokiaľ nie sú spracované v Microsoft WORD, je potrebné doručiť buď v digitálnej forme (ako GIF, TIF, CDR, BMP, WMF, PCX, JPG súbory), prípadne nakresliť kontrastne na bielom papieri a predložiť v jednom exemplári. Pri požiadavke na uverejnenie fotografie priložiť ako podklad kontrastnú fotografiu alebo diapozitív. **Pre obidve mutácie spracovať jeden obrázok s popisom v slovenskom a anglickom, resp. len v anglickom jazyku.**
6. Odvolania na literatúru sa označujú v texte alebo v poznámkach pod čiarou príslušným poradovým číslom v hranatej zátvorke. **Zoznam použitej literatúry** je uvedený za príspevkom. Citovanie literatúry musí byť **podľa záväznej STN 01 0197 (ISO 690)** „Bibliografické odkazy“.
7. K rukopisu treba pripojiť **plné meno a priezvisko autora a adresu inštitúcie v ktorej pracuje, e-mail adresu** a číslo telefónu alebo faxu.
8. Príspevok posúdi redakčná rada na svojom najbližšom zasadnutí a v prípade jeho zaradenia do niektorého z budúcich čísel podrobí rukopis recenziám a jazykovej korektúre. Posledný obľah pred tlačou bude poslaný autorovi na definitívnu kontrolu.
9. Termíny na dodanie príspevkov do čísel v roku sú: 28. február, 31. máj, 31. august a 30. november.
10. V číslach 1/2001 až 4/2001 budú tieto nosné témy jednotlivých čísel: Dopravný prostriedok a jeho časti, Elektrická trakcia v doprave, Modelovanie komunikačnej obsluhy územného celku a Materiálové inžinierstvo.

COMMUNICATIONS - Scientific Letters of the University of Žilina Writer's Guidelines

1. Submissions for publication must be unpublished and not be a multiple submission.
2. Manuscripts written in English language must include abstract also written in English. The abstract should not exceed 10 lines.
3. Submissions should be sent: **by e-mail** (as attachment in system Microsoft WORD) to one of the following addresses: *holesa@nic.utc.sk* or *vrablova@nic.utc.sk* event. *polednak@fsi.utc.sk* **with a hard copy** (to be assessed by the editorial board) or **on a 3.5" diskette** in (Microsoft WORD) **with a hard copy** to the following address: Žilinska univerzita, OVAV, Moyzesova 20, SK-10 26 Žilina, Slovakia.
4. Abbreviations, which are not common, must be used in full when mentioned for the first time.
5. Figures, graphs and diagrams, if not processed by Microsoft WORD, must be sent in electronic form (as .TIF, .CDR, .JPG, .PCX, .VMF, .BMP files) or drawn in contrast on white paper, one copy enclosed. Photographs for publication must be either contrastive or on a slide.
6. References are to be marked either in the text or as footnotes numbered respectively. Numbers must be in square brackets. The list of references should follow the paper (according to **by ISO 690**).
7. The author's exact mailing address, **full names, e-mail address, telephone or fax number, and the address of the organisation where he works** and contact information must be enclosed.
8. The editorial board will assess the submission in its following session. In the case that the article will be the accepted for future volumes, the board submits the manuscript to the editors for review and language correction. After reviewing and incorporating the editor's remarks, the final draft (before printing) will be sent to authors for final review and adjustment.
9. The deadlines for submissions are as follows: February 28, May 31, August 31 and November 30.
10. In the numbers 1/2001 till 4/2001 the basic topics of the separate editions will be: A vehicle and its parts, Electric traction in transport, Modelling of a regional Communication Service and Material Engineering.



VEDECKÉ LISTY ŽILINSKEJ UNIVERZITY
SCIENTIFIC LETTERS OF THE UNIVERSITY OF ŽILINA

Šéfredaktor:

Editor-in-chief:

Prof. Ing. Pavel Poledňák, PhD.

Redakčná rada:

Editorial board:

Prof. Ing. Ján Bujňák, CSc. - SK
Prof. Ing. Karol Blunár, DrSc. - SK
Prof. Ing. Otakar Bokúvka, CSc. - SK
Prof. RNDr. Jan Černý, DrSc. - CZ
Prof. Ing. Ján Čorej, CSc. - SK
Prof. Eduard I. Danilenko, DrSc. - UKR
Prof. Ing. Branislav Dobrucký, CSc. - SK
Prof. Dr. Stephen Dodds - UK
Dr. Robert E. Caves - UK
PhDr. Anna Hlavňová, CSc. - SK
Prof. RNDr. Jaroslav Janáček, CSc. - SK
Doc. Ing. Ján Jasovský, CSc. - SK
Dr. Ing. Helmut König, Dr.h.c. - CH
Doc. Dr. Ing. Ivan Kuric - SK
Ing. Vladimír Mošat, CSc. - SK
Prof. Ing. G. Nicoletto - I
Prof. Ing. Ľudovít Parilák, CSc. - SK
Ing. Miroslav Pfliegel, CSc. - SK
Prof. Ing. Pavel Poledňák, PhD. - SK
Akad. Alexander P. Pochechuev - RF
Prof. Bruno Salgues - I
Prof. Dr.hab.ing. Lucjan Siewczynski - PL
Prof. Ing. Miroslav Steiner, DrSc. - CZ
Prof. Ing. Pavel Surovec, CSc. - SK
Prof. Ing. Hynek Šertler, DrSc. - CZ

Adresa redakcie:

Address of the editorial office:

Žilinská univerzita
Oddelenie pre vedu a výskum
Office for Science and Research
Moyzesova 20, Slovakia
SK 010 26 Žilina
Tel.: +421/89/5620 392
Fax: +421/89/7247 702
E-mail: *polednak@fsi.utc.sk*, *holesa@nic.utc.sk*

Každý článok bol oponovaný dvoma oponentmi.
Each paper was reviewed by two reviewers.

Vydáva Žilinská univerzita
v EDIS - vydavateľstve ŽU
J. M. Hurbana 15, 010 26 Žilina
pod registračným číslom 1989/98
ISSN 1335-4205

It is published by the University of Žilina in
EDIS - Publishing Institution of Žilina University
Registered No: 1989/98
ISSN 1335-4205

Objednávky na predplatné prijíma redakcia
Vychádza štvrtročne
Ročné predplatné na rok 2001 je 500,- Sk

Order forms should be returned to the editorial office
Published quarterly
The subscription rate for year 2001 is 500 SKK.

<http://www.utc.sk/komunikacie>