

Karol Vasilko – Anna Macurová \*

# GEOMETRICKÉ ZÁKONITOSTI VYTVÁRANIA OBROBENÉHO POVRCHU

## GEOMETRIC RELATIONS OF THE FORMATION OF A CUT SURFACE

Pri posudzovaní drsnosti obrobeného povrchu sa doteraz používa zjednodušený vzťah, ktorý vyjadruje závislosť najväčej výšky nerovnosti a posuvu v tvare  $Rz = \frac{f^2}{8r_\epsilon}$ , kde  $Rz$  je drsnosť obrobeného povrchu,  $f$  je posuv a  $r_\epsilon$  je polomer zaoblenia rezného klina.

Novšie prístupy ukazujú na nepresnosť tejto závislosti. Na základe experimentálnych meraní autori analyzujú nové vzťahy medzi reznými podmienkami a drsnosťou obrobeného povrchu. Tieto umožňujú predikovať morfológiu obrobeného povrchu pred vstupom polovýrobku do výrobného zariadenia a voliť optimálne rezné podmienky z hľadiska požadovanej kvality povrchu.

### 1. Úvod

Zvyšovanie prevádzkovej spoľahlivosti strojových zariadení si žiada zvyšovať kvalitu obrobeného povrchu súčiastok. Nároky na zlepšovanie kvality obrobeného povrchu vyvolávajú hľadanie technologických možností, ako tento problém riešiť. Rezervy sú vo využití zákonitostí procesu vytvárania obrobeného povrchu rezným klinom.

Je všeobecne známe, že obrobený povrch sa teoreticky vytvára pohybom rezného klina voči obrobku, podľa kinematiky konkrétneho stroja. Dochádza ku kopírovaniu hrotu nástroja na povrch obrobku, pričom participuje plastická deformácia povrchu a tribologické korelácie trúcich sa plôch nástroja a obrobku. Výsledkom je zložitý tvar obrobenej plochy. Ak berieme do úvahy len geometrické zákonitosti interakcie nástroj – obrobok, možno odvodiť pomerne jednoduchý vzťah medzi posuvom a drsnosťou obrobeného povrchu, t. j.  $Rz = Rz(f)$ .

Závislosť drsnosti povrchu od reznej rýchlosťi  $v_c$  a hĺbke rezu  $a_p$ , ktorá je  $Rz = Rz(v_c, a_p)$  sa geometricky nedá vyjadriť, pretože súvisí so zákonitosťami plastickej deformácie povrchu obrobku pri styku s rezným klinom. Takéto vzťahy sú však veľmi potrebné na optimalizáciu rezných podmienok. Jednou z cest ich získania je experimentálne štúdium povrchu pri meniacich sa rezných pod-

When assessing the roughness of the cut surface a simplified relationship is used representing the dependency of maximum deviation of a roughness and a representing feed in the form  $Rz = \frac{f^2}{8r_\epsilon}$ , where  $Rz$  is the roughness of the cut surface,  $f$  is a feed and  $r_\epsilon$  is a radius of the curving of the knife.

The latest approaches illustrate the inaccuracy of this dependency. On the basis of the experimental measurements the authors analyse new relationships between cutting conditions and roughness of the cut surface. These enable to predict morphology of the cut surface to the accession of the semi-product in the production facilities and to select optimal cut conditions of the aspect of the required quality of the surface.

### 1. Introduction

Increase of the working reliability of machining systems requires the increase in the quality of the cut surface components. Requirements to improve the quality of machined surface evolve searching for new technological means to solve this problem. Reserves are in utilization of relations of the process of the creation of the cut surface with the cutting slice.

It is generally known that the cut surface is theoretically generated by moving the cutting slice according to kinematics of the machine. The tip of the tool is reproduces on the cut of the work-piece where the plastic deformation of the cut and the tribologic correlations of the areas of tool and workpiece participate. The result is complicated form of the cut plane. When we think of only geometric relationships of the interaction the tool – the work, we can deduce simple relationship within the feed and the roughness of the cut surface, i. e.  $Rz = Rz(f)$ .

The dependence of the roughness of the surface on the cut speed  $v_c$  and on the depth of the  $Rz = Rz(v_c, a_p)$  cut is impossible to be described geometrically, because it is related to the plastic deformation relationships of the surface while in touch with the cut slice. These relations are necessary to a great extent for optimum cutting conditions. One of the ways how to obtain them

\* Prof. Ing. Karol Vasilko, DrSc., PaedDr. Anna Macurová,

Fakulta výrobných technológií TU v Košiciach, so sídlom v Prešove, Plzenská 10, 080 01 Prešov, Tel.: ++421-91-7723012,  
E-mail: vasilko.karol@fvt.sk, macurova.anna@fvt.sk

mienkach. Nasledujúce analytické vzťahy sú získané uvedeným spôsobom. Príspevok je parciálnym výsledkom riešenia grantovej úlohy VEGA 1/7446/20

## 2. Charakter geometrie tvorby obrobeného povrchu

Ak analyzujeme exaktný geometrický vzťah medzi rezným klinom nástroja a obrobeným povrchom, možno drsnosť povrchu určiť z obr. 1.

$$Rz = CE - DC = CE - \sqrt{DO_1^2 - CO_1^2}$$

ďalej platí

$$CE = DO_2 = DO_1 = r_\epsilon, CO_1 = \frac{f}{2}$$

Odtiaľ

$$Rz = r_\epsilon - r_\epsilon^2 - \frac{f^2}{4}.$$

Po umocnení  $Rz^2 - 2Rzr_\epsilon + r_\epsilon^2 - \frac{f^2}{4}$ . Ďalšie úpravy vedú ku kvadratickej rovnici  $Rz^2 - 2Rzr_\epsilon + \frac{f^2}{4} = 0$ .

Mnohí autori v snahe zjednodušiť tento vzťah zanedbávali člen  $Rz^2$ , čím vznikol frekventovaný vzťah:

$$Rz = \frac{f^2}{8r_\epsilon}. \quad (1)$$

Jeho grafická interpretácia vyjadruje parabolickú závislosť medzi posuvom a drsnosťou obrobeného povrchu. Z poslednej kvadratickej rovnice vyjadríme  $Rz$  vzťahom:

$$Rz = \frac{r_\epsilon \pm \sqrt{4r_\epsilon^2 - f^2}}{2},$$

kde  $4r_\epsilon^2 - f^2 \geq 0$ , teda  $r_\epsilon \geq \frac{f}{2}$ . Po úprave je

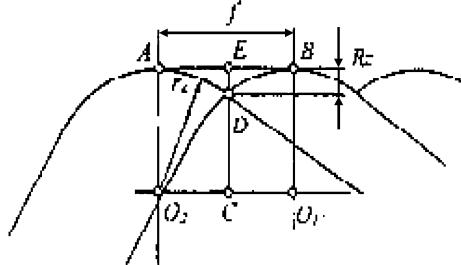
$$Rz = r_\epsilon \pm \sqrt{r_\epsilon^2 - \frac{f^2}{4}}. \quad (2)$$

Hodnota  $Rz = r_\epsilon + \sqrt{r_\epsilon^2 - \frac{f^2}{4}}$  nie je technicky možná. Preto platí vzťah pre drsnosť povrchu  $Rz = r_\epsilon - \sqrt{r_\epsilon^2 - \frac{f^2}{4}}$ , alebo po ďalšej úprave:

$$Rz = r_\epsilon - \frac{1}{2} \sqrt{4r_\epsilon^2 - f^2}. \quad (2a)$$

Nech nezávisle premenná je posuv  $f$ , môžeme zobraziť graf funkcie  $Rz = Rz(f)$  pre rozličné  $r_\epsilon$ , čo je znázornené na obr. 2.

is the experimental study of the surface in the variable cutting conditions. The following analytic relations are obtained by the presented method. The paper is a partial result of the solution of the grant work VEGA 1/7446/20.



Obr. 1. Interakcia zaobleného rezného klinu a obrobku  
Fig. 1. Interaction of the curving knife and of the workpiece

## 2. Character of geometric creation of cutting surface

When we analyse an exact geometric relation between the knife of the tool and the cut surface it is possible to determine the roughness of the surface from the Fig. 1.

$$Rz = CE - DC = CE - \sqrt{DO_1^2 - CO_1^2}$$

further holds

$$CE = DO_2 = DO_1 = r_\epsilon, CO_1 = \frac{f}{2}.$$

Hence

$$Rz = r_\epsilon - r_\epsilon^2 - \frac{f^2}{4}.$$

After squaring  $Rz^2 - 2Rzr_\epsilon + r_\epsilon^2 - \frac{f^2}{4}$ . Next modifications lead to a quadric equation  $Rz^2 - 2Rzr_\epsilon + \frac{f^2}{4} = 0$ .

Many authors, trying to simplify this relation ignored the term  $Rz^2$ , which resulted in a frequent relation

$$Rz = \frac{f^2}{8r_\epsilon} \quad (1)$$

Its graphic interpretation expresses parabolic dependence between the feed and the roughness of the cut surface. We describe  $Rz$  from the last quadratic equation

$$Rz = \frac{r_\epsilon \pm \sqrt{4r_\epsilon^2 - f^2}}{2},$$

where  $4r_\epsilon^2 - f^2 \geq 0$  then  $r_\epsilon \geq \frac{f}{2}$ . After modification it is

$$Rz = r_\epsilon \pm \sqrt{r_\epsilon^2 - \frac{f^2}{4}}. \quad (2)$$

Value  $Rz = r_\epsilon + \sqrt{r_\epsilon^2 - \frac{f^2}{4}}$  is not possible technically.

Therefore the relation is valid for the roughness of the cut surface

$$Rz = r_\epsilon - \sqrt{r_\epsilon^2 - \frac{f^2}{4}} \text{ or after further modification}$$

$$Rz = r_\epsilon - \frac{1}{2} \sqrt{4r_\epsilon^2 - f^2} \quad (2a)$$

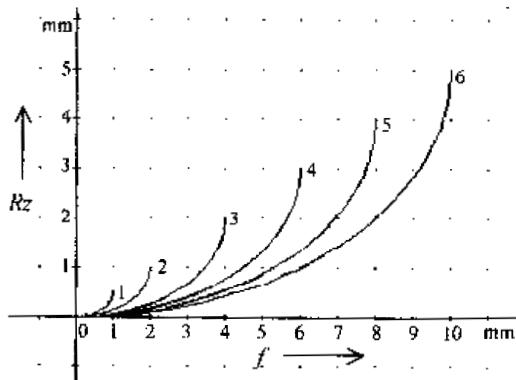
Let independent variable be the feed  $f$ , we can describe the graph of the function  $Rz = Rz(f)$  for various  $r_\epsilon$  what can be seen

Závislosť nie je parabolická, je vyjadrená časťami elips, dosahuje konečné hodnoty pre zvolené hodnoty parametra  $r_\epsilon$ . Technicky to znamená, že v okamihu, keď sa končí priebeh závislosti pre príslušné  $r_\epsilon$ , prichádza do záberu vedľajšia rezná hrana. Vzťah (2a) presnejšie vyjadruje závislosť  $Rz = Rz(f)$ , ako zjednodušený vzťah (1).

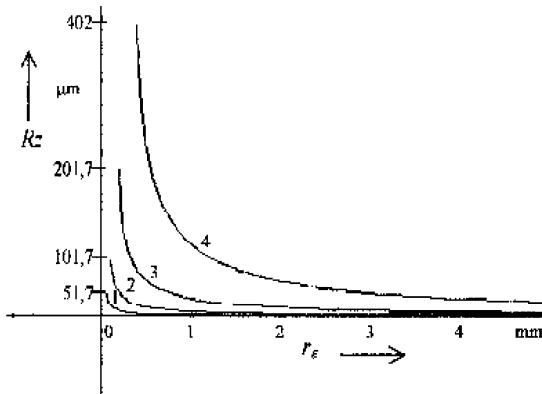
Na obr. 3 je graf funkcie  $Rz = Rz(r_\epsilon)$ . Systém závislostí je získaný na základe vzťahu (2a), kde predpokladáme, že posuv  $f$  je parameter. Závislosti sú ohraničené zhora. Pre  $r_\epsilon$  bližiace sa k 0,  $Rz$  veľmi rýchle rastie.

Z pôvodnej aj zo závislosti (1) pre drsnosť obrobeného povrchu vyplýva,  $Rz$  že veľmi rýchle rastie so zvyšovaním posuvu. Preto akékolvek zvýšenie posuvu má nepriaznivý vplyv na morfológiu obrobeného povrchu. Z priestorového diagramu funkcie  $Rz = Rz(r_\epsilon, f)$  by bolo možné určiť hodnoty  $r_\epsilon$ , ktoré pri zvýšenom posuve dajú rovnakú hodnotu  $Rz$ . Prakticky by to znamenalo pri každej zmene posuvu zmeniť polomer zaoblenia hrotu nástroja, čo však nie je možné. Výrobcovia rezných nástrojov vyrábajú rezné platničky s definovanými polomermi hrotu. Ako príklad možno uviesť výťah z normy ISO 1832, podľa ktorej napr. vyrába SANDVIK Coromant, kde pre vymeniteľné sústružnicke platničky sú definované polomermy  $r_\epsilon = 0,4; 0,8; 1,2; 1,6$  a  $2,4$  mm. Okrem toho sa vyrábajú kruhové platničky s polomermi 8 a 12 mm. Ďalšie zväčšovanie polomeru hrotu noža nie je vhodné z dôvodu predĺžovania aktívnej dĺžky styku reznej hrany s obrobkom a sklonu ku kmitaniu technologickej sústavy. Preto zlepšovanie drsnosti povrchu je potrebné riešiť iným spôsobom.

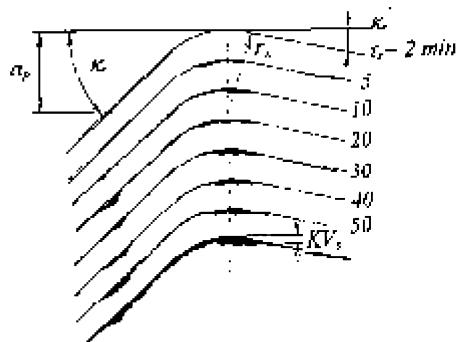
K modifikácii teoretických vzťahov pre drsnosť povrchu pristupuje aj ďalšia skutočnosť. Reálny tvar hrotu nemá presný kruhový



Obr. 2. Graf funkcie  $Rz = Rz(f)$  pre  $r_\epsilon \in \{0,5; 1; 2; 3; 4; 5\}$  mm  
Fig. 2. Graph of function  $Rz = Rz(f)$  for  $r_\epsilon \in \{0.5; 1; 2; 3; 4; 5\}$  mm



Obr. 3. Graf funkcie  $Rz = Rz(r_\epsilon)$  zo vzťahu (2a).  
 $f \in \{0,1; 0,2; 0,3; 0,5\}$  mm  
Fig. 3. Graph of function  $Rz = Rz(r_\epsilon)$  of the relation (2a).  
 $f \in \{0.1; 0.2; 0.3; 0.5\}$  mm



Obr. 4. Postupná zmena profilu rezného klina s časom rezania  
Fig. 4. Consecutive change of the section of the cutting slice with the cutting time

in Fig. 2. The dependence is not parabolic, it is described by segments of the ellipses, it reaches final values for the selected values of the parameter  $r_\epsilon$ . Technically it means that in the moment when the relation for selected finishes  $r_\epsilon$  there side cutting edge comes to feed. The relation (2a) represents more precisely the dependence  $Rz = Rz(f)$  than the simplified relation (1).

In Fig. 3 there is a graph of the function  $Rz = Rz(r_\epsilon)$ . The system of dependencies is obtained by the following relation (2a) where we expect that the feed is a parameter. Dependencies are limited by the upper parameter. For  $r_\epsilon$  approaching 0,  $Rz$  increases very quickly.

From the original and from the dependence (1) for the surface roughness of the cut it can be seen that  $Rz$  increases very quickly with increasing feed. Therefore any increase in feed has unfavorable effect on morphology of the cut surface. From the three dimensional graph of the function it would be possible to get the equivalent value  $Rz$ .

The producers of cutting tools produce cutting plates with a defined radius of the tip. As an example we can introduce a piece of ISO standard 1832 according to which, e. g. SANDVIK Coromant produce their goods, where for convertible lathe plates radii are defined  $r_\epsilon = 0.4; 0.8; 1.2; 1.6$  and  $2.4$  mm. Apart from it, round plates are produced with radii of 8 and 12 mm. Further increase of the radius of the tip of knife is not applicable due to the expansion of active contact of cutting edge with workpiece and of inclination to the vibration of the technological system. Therefore, the improvement of the roughness of the surface need to be solved in a different way.

Another fact joins the modification of theoretical relations for the surface roughness. The real shape of the tip is not of accurate round profile and with the wear it changes considerably. It is mainly the creation of a hole in side edge according to Fig. 4. This

profil a opotrebením sa značne mení. Ide najmä o vytváranie žliabku na vedľajšom chrbte podľa obr. 4. Pri malých opotrebeniach môže toto "preloženie" vedľajšej reznej hrany viesť v niektorých prípadoch aj ku zahladzovaniu nerovnosti povrchu. Vzniká jeden, alebo viac ďalších hrotov. Pri vyšších opotrebiach sa však tento efekt ruší a drsnosť povrchu s opotrebením rastie.

Ešte názornejšie vyjadruje sledovanú závislosť priestorový graf  $Rz = Rz(r_e, f)$  na obr. 5.

### 3. Závislosť drsnosti obrabeného povrchu $Rz$ od reznej rýchlosťi $v_c$ a posudu $f$

Na určenie drsnosti obrábaného povrchu máme vzťah (1) a (2a). Pre závislosť drsnosti od reznej rýchlosťi  $v_c$  teoretický vzťah neexistuje, preto ju možno zistiť experimentálne. Z experimentálnych hodnôt pri obrábanom materiáli: oceľ 12050.1, reznom materiáli SK P20 rezných podmienkach:  $r_e = 1 \text{ mm}$ ,  $\gamma_0 = 10^\circ$ ,  $\kappa = 60^\circ$ ,  $\kappa'_r = 30^\circ$  a z grafickej závislosti  $Rz = Rz(v_c)$  je možné vyjadriť vzťah

$$Rz = av_c^{-b}, \quad (3)$$

kde  $a$  a  $b$  sú konštandy, ktorých veľkosť sa mení so zmenou posudu  $f$ .

Uvažujme rovnosť (1) a (3), teda

$$\frac{f^2}{8r_e} = av_c^{-b},$$

z čoho

$$r_e = \frac{f^2}{8av_c^{-b}},$$

potom je:

$$Rz = \frac{f^2}{8av_c^{-b}} - \frac{1}{2} \sqrt{4 \left( \frac{f^2}{8av_c^{-b}} \right)^2 - f^2},$$

alebo

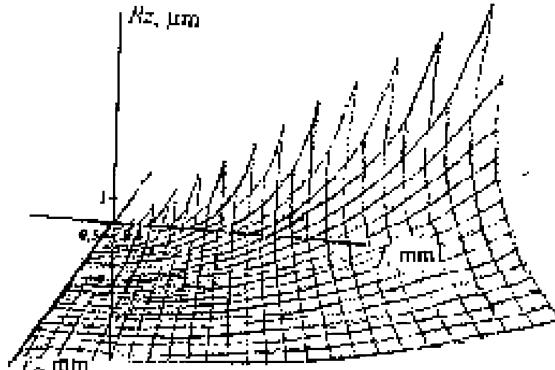
$$Rz = f \left( \frac{f}{8av_c^{-b}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{f^2 - 16a^2v_c^{-2b}}{16a^2v_c^{-2b}}} \right),$$

teda

$$\frac{f^2}{8r_e} = av_c^{-b},$$

z čoho

$$r_e = \frac{f^2}{8av_c^{-b}},$$



Obr. 5. Graf funkcie  $Rz = Rz(r_e, f)$   
Fig. 5. Graph of the function  $Rz = Rz(r_e, f)$

### 3. Dependence of the roughness of the cut surface $Rz$ on the cutting speed $v_c$ and on the feed $f$

To determine the roughness of the cut surface we have the relations (1) and (2a). For the dependence of the roughness on the cutting speed  $v_c$  the theoretical relation does not exist, therefore it is possible to find it experimentally. From the experimental values at the cutting material SK P20, cutting conditions:  $r_e = 1 \text{ mm}$ ,  $\gamma_0 = 10^\circ$ ,  $\kappa = 60^\circ$ ,  $\kappa'_r = 30^\circ$  and from the graphic dependence  $Rz = Rz(v_c)$  it is possible to define the relation

$$Rz = av_c^{-b}, \quad (3)$$

where  $a$  and  $b$  are constants, the value of which change with the feed  $f$ .

We consider equation (1) and (3), therefore

$$\frac{f^2}{8r_e} = av_c^{-b},$$

from which

$$r_e = \frac{f^2}{8av_c^{-b}},$$

then

$$Rz = \frac{f^2}{8av_c^{-b}} - \frac{1}{2} \sqrt{4 \left( \frac{f^2}{8av_c^{-b}} \right)^2 - f^2}$$

or

$$Rz = f \left( \frac{f}{8av_c^{-b}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{f^2 - 16a^2v_c^{-2b}}{16a^2v_c^{-2b}}} \right)$$

thus

$$\frac{f^2}{8r_e} = av_c^{-b},$$

from which

$$r_e = \frac{f^2}{8av_c^{-b}},$$

potom je:

$$Rz = \frac{f^2}{8av_c^{-b}} - \frac{1}{2} \sqrt{4 \left( \frac{f^2}{8av_c^{-b}} \right)^2 - f^2},$$

alebo

$$Rz = f \left( \frac{f}{8av_c^{-b}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{f^2 - 16a^2v_c^{-2b}}{16a^2v_c^{-2b}}} \right),$$

teda

$$Rz = \frac{f}{8av_c^{-b}} (f - \sqrt{f^2 - 16a^2v_c^{-2b}}). \quad (4)$$

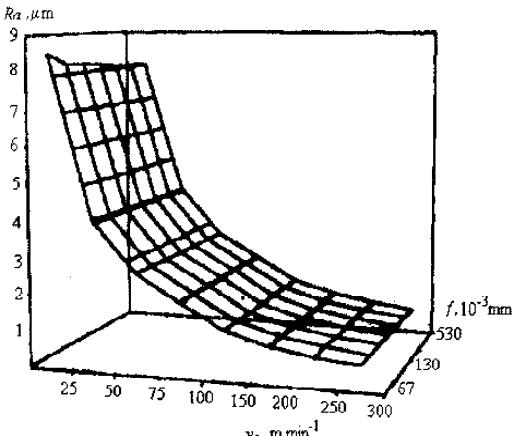
Existencia výrazu vo vzťahu (4) je zaručená pre hodnoty posuvu a reznej rýchlosť, ktoré spĺňajú nerovnosť

$$f^2 - 16a^2v_c^{-2b} \geq 0,$$

pričom uvažujeme len technicky reálizovateľné hodnoty, teda  $f \geq 4av_c^{-b}$ .

Pre  $a = 200,78$  a  $b = 0,9995$  máme grafickú závislosť na obr. 6. Graf je podľa vzťahu (4) upravený na  $Ra = Ra(v_c, f)$ .

Experimentálnym štúdiom závislosti drsnosti povrchu od hĺbky rezu  $a_p$  je závislosť takmer lineárna, s malým poklesom  $R_z$  smerom k vyšším hĺbkam rezu. Preto nie je potrebné tento parameter uvažovať.



Obr. 6. Graf závislosti drsnosti Ra od reznej rýchlosť  $v_c$  a od posuvu  $f$

Fig. 6. Graph of the dependence of roughness Ra on the cutting speed  $v_c$  and on the feed  $f$ .

#### 4. Záver

Poznanie zákonitostí vzniku drsnosti obrobeného povrchu dáva reálnu možnosť optimalizať rezné podmienky vo vzťahu k požadovanej kvalite povrchu súčiastok. Výrazná zmena  $R_z$  v závislosti  $v_c$  na žiada pri obrábaní oceli vyššie reznej rýchlosť. Zvyšovanie posuvu je jednoznačne nepriaznivé a musí sa realizovať iba pri súčasnej úprave geometrie rezného klina (zväčšovanie polomeru zaoblenia hrotu). Závislosť drsnosti obrobeného povrchu od hĺbky rezu je nevýrazná, napriek tomu bude analyzovaná v nadväzných práciach.

#### Literatúra – References

- [1] BUMBÁLEK, B., ODVODY, V., OŠTÁDAL, B: *Drsnost povrchu*. Praha SNTL, 1989, 338 s.
- [2] GRZESIK, W.: *Podstawy skrawania materiałów metalowych*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne 1998, 380 s.
- [3] KALPELJAN, S.: *Manufacturing Engineering and Technology*. Addison-Wesley Publishing Company. USA 1989, 1199 s.
- [4] MIKO, E.: *Monitoring of the microroughness of surfaces face-milled with round ceramic blades*. In: *Sience Report: Geometrical Surface Structure of Machine Parts*. CEEPUS PL-1, Kielce, 2001, s.137-146.
- [5] VASILKO, K., MACUROVÁ, A., VASILKOVÁ, D.: *Nová metóda na zlepšenie drsnosti obrobeného povrchu pri pri sústružení*. Acta Mechanica Slovaca 2/1999, s. 17-30

then it is

$$Rz = \frac{f^2}{8av_c^{-b}} - \frac{1}{2} \sqrt{4 \left( \frac{f^2}{8av_c^{-b}} \right)^2 - f^2}$$

or

$$Rz = f \left( \frac{f}{8av_c^{-b}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{f^2 - 16a^2v_c^{-2b}}{16a^2v_c^{-2b}}} \right)$$

so

$$Rz = \frac{f}{8av_c^{-b}} (f - \sqrt{f^2 - 16a^2v_c^{-2b}}) \quad (4)$$

The existence of the term in the relation (4) is guaranteed for the values of the feed and cutting speed that satisfy the inequality

$$f^2 - 16a^2v_c^{-2b} \geq 0,$$

when we consider only the technically possible values, so  $f \geq 4av_c^{-b}$ .

For  $a = 200.78$  and  $b = 0.9995$  we have a graphic dependence in Fig. 6. The graph is adjusted by the relation (4) to  $Ra = Ra(v_c, f)$ .

With experimental study of the dependence of the roughness of the cut surface on the depth of the cut  $a_p$  the dependence is almost linear, with the short regress  $R_z$  in the direction of bigger depths of the cut. Therefore, it is not necessary to consider this parameter.

#### 4. Conclusion

Knowledge of the relations of the formation of the roughness of the cut surface gives a real possibility to optimize cutting conditions in relation to the required quality of the surface of components. A considerable change  $R_z$  in the dependence on the  $v_c$  requires higher cutting speeds in machining steels. The increase in the feed is thoroughly unfavourable and must be realised only when geometry of the cutting slice is adjusted (increase of the radius of tip curving). The dependence of the roughness of the cut surface on the depth of the cut is dull, in spite of this it will be analysed in further works.